

## — 物理学 AI:試験問題 — 2008. 6.26 (8:40—9:55) 初貝

(必要な記号等は授業で用いた慣用にしがって適宜解釈せよ。自筆のノートのみ持ち込み可とするが記述は完全に論理的に整合的な場合のみ点を与える。)

- I. 物理学における質点の力学の意義について考えてみよう。
- I.1 質点とはなにか知るところを述べよ。
  - I.2 質点の世界線とはなにか、1次元の運動を例にとりて述べよ。
  - I.2 質点の力学を例にとり物理学における普遍性について記述せよ。
  - I.3 ベクトルとスカラーについて説明せよ。
  - I.4 必要な物理量を自分で定義し、質点に関するニュートンの運動方程式を書き下し、それがベクトル間の方程式であることの意義を述べよ。
  - I.5 ガリレオ・ガリレイによる自由落下の法則についてその意義を含めて説明せよ。
- II. 3次元の質点の運動について考えよう。ただし、質量  $m$ , 時刻  $t$  において質点に働く力を  $F(t)$  この時刻の質点の位置ベクトルを  $r(t)$  とせよ。
- II.1 ニュートンの運動方程式から単位時間あたりの運動エネルギー変化が力が質点にする仕事率に等しいことを導け。
  - II.2 質点に働く力が保存力であるとはなにか説明せよ。
  - II.3 成立条件を述べた上で運動方程式から力学的エネルギー保存則を導け。
  - II.4 ポテンシャルを  $V(r)$ , 全力学的エネルギー  $E$  としたとき、 $V(r) > E$  となる領域には決して質点は決して存在し得ないことを示せ。
  - II.5 重力ポテンシャル  $V(r) = \frac{k}{|r|}$  から万有引力を導け。(  $k$  は定数 )
  - II.6 質点の質量  $m$  として、ポテンシャル  $V(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$  による運動について記述せよ。

## III. 基本的な質点の運動について議論しよう。

- III.1 質量  $m$  がバネ定数  $k$  のバネに摩擦の無視できる水平面上に取り付けられているとき、時刻  $t$  におけるバネの伸びを  $x(t)$  として運動方程式を書き下せ。
- III.2 時刻  $t = 0$  においてバネを  $x_0 > 0$  だけ伸ばしたところから静かに質点を離した。時刻  $t$  におけるバネの伸び  $x(t)$  を求めよ。またこの運動の周期  $T$  を求めよ。
- III.3 この質点に振動する外力  $f(t) = f_0 \cos \Omega t$  が働いているときの運動の概略を議論せよ。ただし、 $\Omega T \neq 2\pi$  とする。

## IV 中心力による運動を議論しよう。

- IV.1 中心力とはなにか
- IV.2 角運動量の定義を述べ、中心力による運動において角運動量  $L$  が保存することを示せ。
- IV.3 中心力による運動において面積速度が一定であることを説明せよ。
- IV.4  $L$  に垂直な 2 次元面内の極座標  $(r, \theta)$  をもちいて質点の位置を指定しよう。なお、2 次元極座標において  $r, \theta$  がそれぞれ増加する方向への加速度  $a_r, a_\theta$  は  $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$ ,  $a_\theta = \frac{1}{r} \frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta})$  と書ける。質点に働く力  $F$  が原点からの距離の 2 乗に反比例するときの質点の運動をその面積速度が十分小さいときに議論せよ。
- IV.5 面積速度がある臨界値より小さいときと大きいときでは質点の運動が質的に異なる。この質的差異について定性的な理由をつけて述べよ。