

— 力学 A:演習問題 1 — 2011 年度 1 学期

I. 質点の力学について考えよう。

I.1 質点とはなにか

I.2 質点の力学の物理的意義を普遍性に注意して例を挙げつつ述べよ。

I.3 自然科学における普遍性と多様性の意義について考えるところを例を挙げて記せ。

I.4 量子力学はある極限でニュートンの運動方程式に帰着する物理学の理論であるが、電車の運動の記述に量子力学を適用することの是非について述べよ。

II. 複素数について議論しよう。

II.1 つぎの量を極表示せよ。 $1, i, 1+i, -1, -i$.II.2 つぎの量を複素平面上に記せ。 $1, i, 1+i, -1, -i$.II.3 つぎの量を簡単にせよ。 $e^0, e^{i\pi}, e^{i\frac{\pi}{2}}, e^{-i\frac{\pi}{2}}, e^{1-i\frac{2\pi}{3}}$.II.4 つぎの量を簡単にせよ。 $(1+i)^{1000}, (1+i\sqrt{3})^{1000}$.II.5 オイラーの公式 $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ を知って、 $\sin \theta, \cos \theta, \tan \theta$ を複素指数関数を用いて表示せよ。II.6 [II.5] の結果を用いて $\sin \theta, \cos \theta$ の加法定理を示せ。II.7 e^z が周期 $2\pi i$ の周期関数であることを示せ。II.8 方程式 $e^z = 1$ の解をもとめよ。

III. 線形微分方程式について議論しよう。

- III.1 $x = x(t)$ についての微分方程式 $\ddot{x} = 0$ が線形微分方程式であるとはどういうことか説明せよ。
- III.2 線形微分方程式 $\ddot{x} = 0$ に関して重ね合わせの原理は成立するか否か、理由をつけて述べよ。
- III.3 質量 m の粒子を鉛直上向きに高さ h_0 の位置から速度 v_0 で打ち上げた。微分方程式を解いて、質点の世界線を描け。ただし鉛直上向きに座標軸をとり、原点は地表の高さ、重力加速度は g とせよ。
- III.4 鉛直な十分に長いばね (ばね定数 k) につり下げられた高さ h にある質量 m の質点の運動方程式を書け。ただし重力加速度は g とせよ。
- III.5 [III.4] の微分方程式の一般解を書け。
- III.6 [III.4] の質点をまずバネが自然長の位置に手で固定し、時刻 $t = 0$ にそっと手を離した。任意の時刻の高さ $h(t)$ を求めよ。
- III.7 [III.6] の質点の世界線を描け。バネが自然長の際の高さを h_0 とせよ。
- III.8 [III.6] で $t = 0$ で速度 v_0 で h_0 から、上向きに投げ上げた。この質点の世界線を描け。