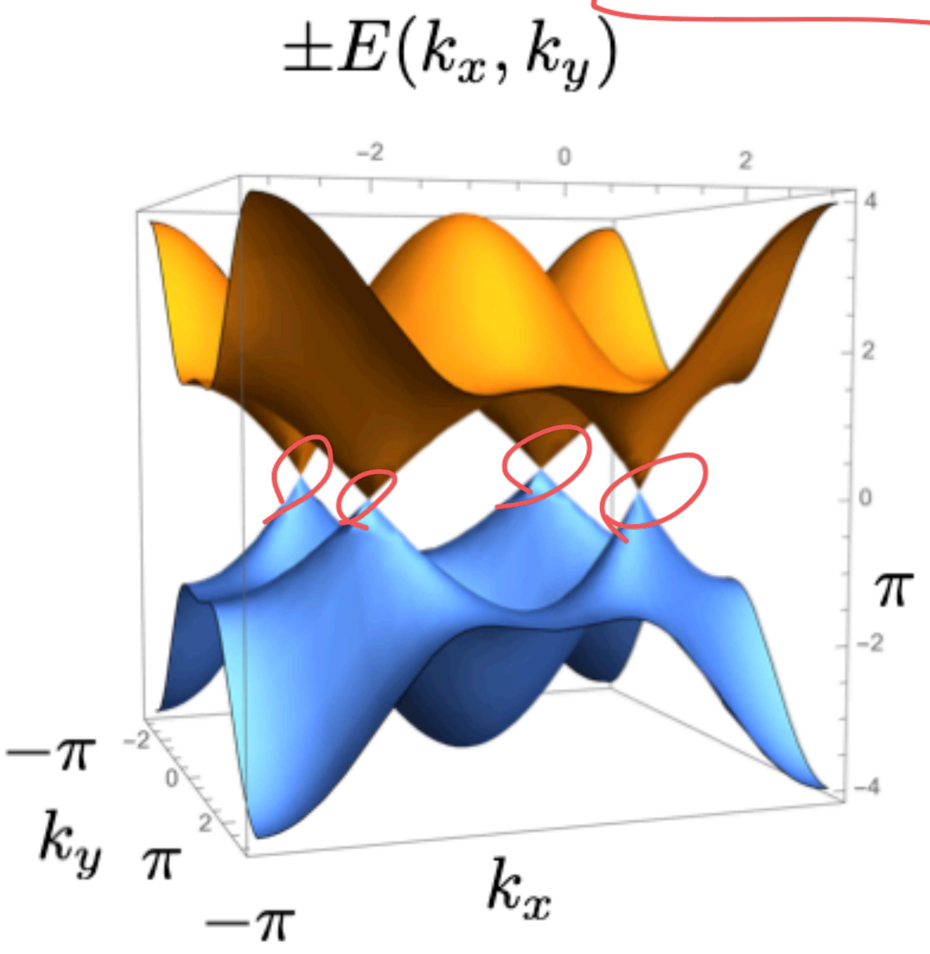
9.3 d-波超伝導のアンドレーフ局在状態とバルクエッジ対応

ここでは $\Delta_{xy}=0$ の d-波の超伝導を考えよう。(S. Ryu and Y. Hatsugai, Phys. Rev. Lett. 89, 077002 (2002))

$\Delta_{xy}=0$

$$\boxed{h=\begin{pmatrix} \xi & \Delta_{x^2-y^2} \\ \Delta_{x^2-y^2} & -\xi \end{pmatrix}} = \sigma_x\Delta_{x^2-y^2}+\sigma_z\xi$$

σ_y を含まない



$t=1,\Delta_{x^2-y^2}=0.4$

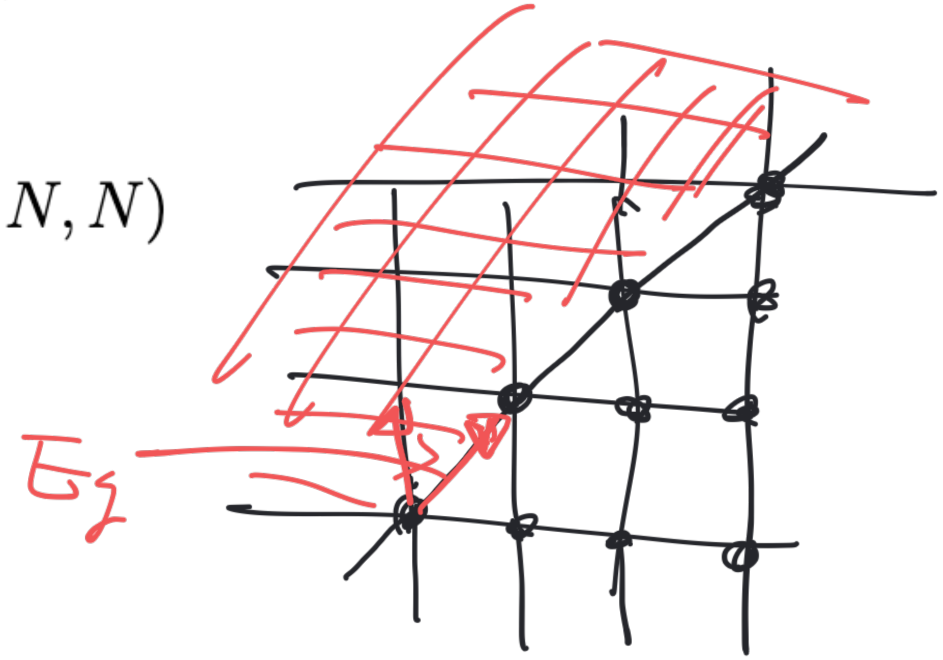
$\Delta_{xy}=0.0$

$$\Gamma=\sigma_y,(\Gamma^2=\sigma_0)$$

カイラル対称性

$$\{\Gamma,h\}=0$$

ここで実空間で y 軸の代わりに y' 軸をベクトル $E_y = (1,1)$ の方向に取って $e_x = (1,0), E_y = (1,1)$ で全格子点を次のように表そう $(\mu = 0)$。

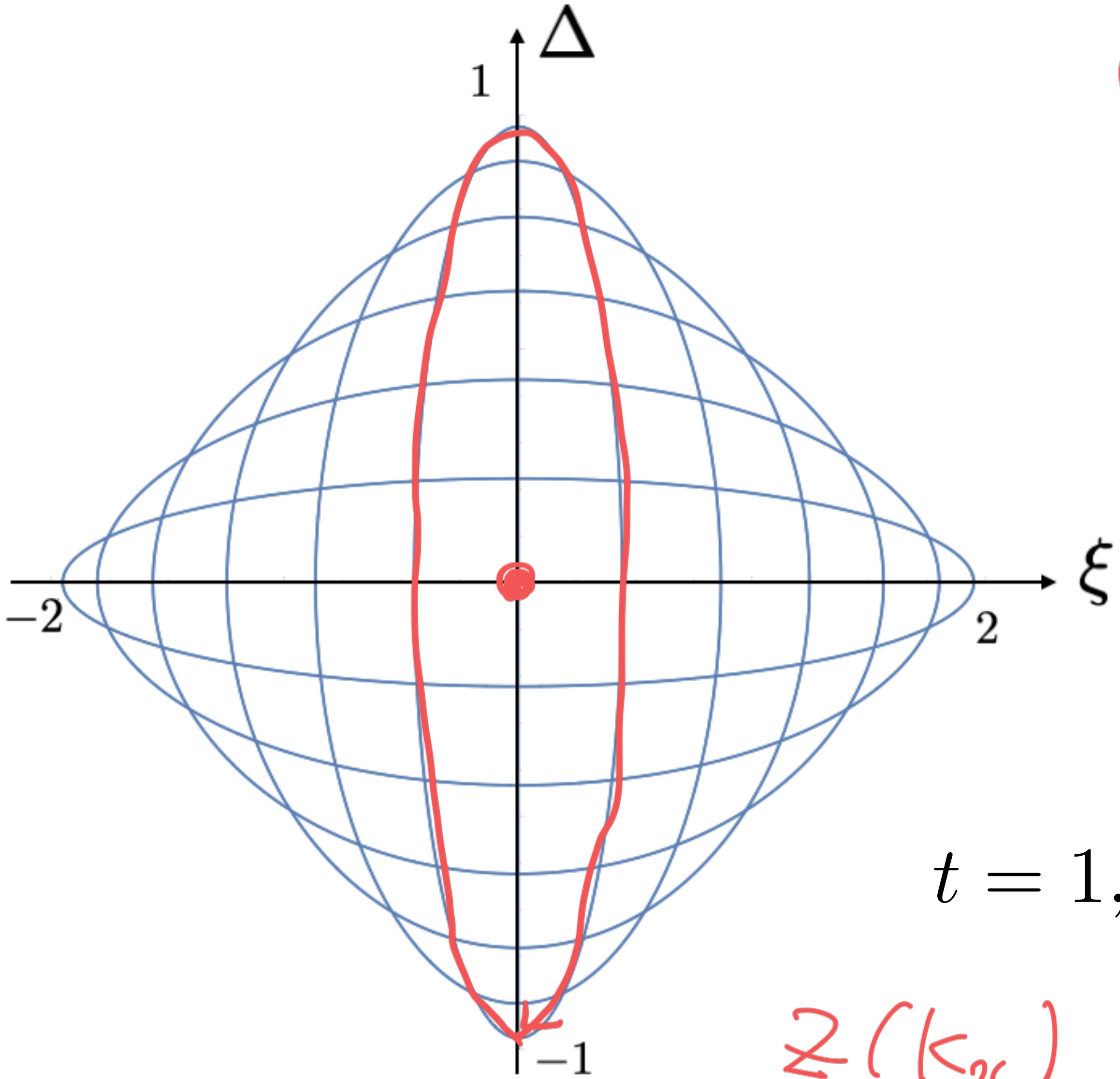


$$
\begin{aligned}
(m,n) &= me_x + ne_y = Me_x + NE_y = (M+N, N) \\
N &= n \\
M &= m - n \\
\boldsymbol{c}_{mn} &= \boldsymbol{c}_{M+N,N} = \boldsymbol{C}_{M,N}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
H &= \sum_{mn} \left[\boldsymbol{c}^\dagger_{m+1,n} \begin{pmatrix} t & \Delta_{x^2-y^2} \\ \Delta_{x^2-y^2} & -t \end{pmatrix} \boldsymbol{c}_{m,n} + \boldsymbol{c}^\dagger_{m,n+1} \begin{pmatrix} t & -\Delta_{x^2-y^2} \\ -\Delta_{x^2-y^2} & -t \end{pmatrix} \boldsymbol{c}_{m,n}\right] + h.c. \\
&= \sum_{MN} \left[\boldsymbol{C}^\dagger_{M+1,N} \begin{pmatrix} t & \Delta_{x^2-y^2} \\ \Delta_{x^2-y^2} & -t \end{pmatrix} \boldsymbol{C}_{M,N} + \boldsymbol{C}^\dagger_{M-1,N+1} \begin{pmatrix} t & -\Delta_{x^2-y^2} \\ -\Delta_{x^2-y^2} & -t \end{pmatrix} \boldsymbol{C}_{M,N}\right] + h.c.
\end{aligned}
$$

新しい座標 (M,N) に関してフーリエ変換して $C_{M,N} = L^{-1} \sum_{MN} e^{i(K_x M + K_y N)} C(K_x, K_y)$ とすると

$$
H = \sum_K \left[\boldsymbol{C}^\dagger(K) \begin{pmatrix} 2t[\cos K_x + \cos(K_x - K_y)] & 2\Delta_{x^2-y^2}[\cos K_x - \cos(K_x - K_y)] \\ 2\Delta_{x^2-y^2}[\cos K_x - \cos(K_x - K_y)] & -2t[\cos K_x + \cos(K_x - K_y)] \end{pmatrix} \boldsymbol{C}(K)\right.
$$



$$z = \xi + i\Delta$$

$$\xi = 2t[\cos K_x + \cos(K_x - K_y)]$$

$$\Delta = 2\Delta_{x^2-y^2}[\cos K_x - \cos(K_x - K_y)]$$

$t = 1, \Delta_{x^2-y^2} = 0.4$

$z(K_x)$ $K_x : 0 \to 2\pi$

により K_y ごとに K_x の関数とみると複素平面上で z が原点を $K_x : 0 \to 2\pi$ で一回囲むことが分かる（図）。この性質は明らかに t や $\Delta_{x^2-y^2}$ を少し変更しても不変であり，原点周りの回転数が 1 であることを意味する。これも詳細な議論は紹介する時間がないが，この事実は，二次元の d-波超伝導体が K_y 軸に平行な境界を持つとき，その境界にゼロエネルギーの束縛状態（アンドレーフ局在状態）をもつことを意味し，これも典型的な「バルクエッジ対応」と理解できる。