9　異方的超伝導

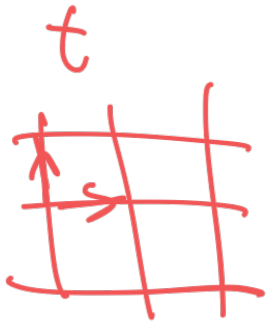
異方的

9.1　d-波ならびに $d+id$ 波の超伝導

BCS の議論で仮定した秩序変数の波数依存性が重要な場合を異方的超伝導と呼ぶ。ここでは，二次元の $d+id$ と呼ばれる例を用いて議論をはじめよう。この模型の平均場近似のハミルトニアンは以下の通りである (Y. Morita and Y. Hatsugai, Phys. Rev. B 62, 99 (2000))。

$$H-\mu N=\sum_{ij}\boldsymbol{c}_i^\dagger\begin{pmatrix} t_{ij} & \Delta_{ij} \\ \Delta_{ij}^* & -t_{ij}^* \end{pmatrix}\boldsymbol{c}_j,\ \ \boldsymbol{c}_i^\dagger=(c_{i\uparrow}^\dagger,c_{i\downarrow}),\ \Delta_{ij}=\Delta_{ji}$$

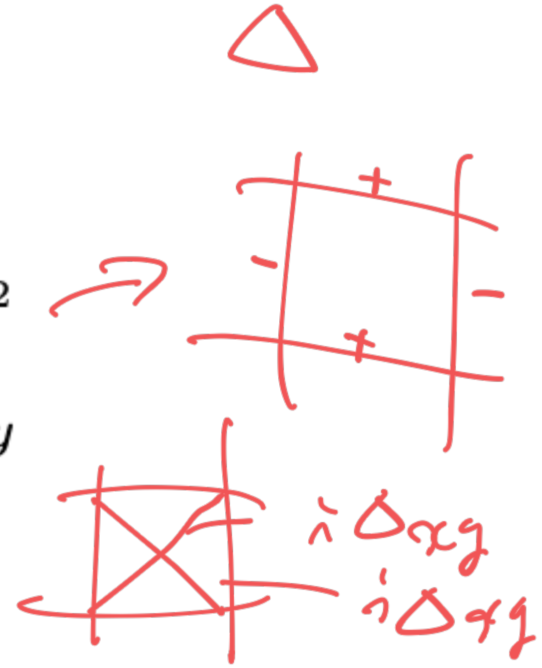
(ただし $t,\Delta_{x^2-y^2},\Delta_{xy}$ は実)



$$t_{j+x,j}=t_{j+y,j}=t \qquad -\mu$$

$$\Delta_{j+x,j}=-\Delta_{j+y,j}=\Delta_{x^2-y^2}$$

$$\Delta_{j+x+y,j}=-\Delta_{j,j-x+y}=i\Delta_{xy}$$



これはフーリエ変換 $\boxed{\boldsymbol{c}_{m,n} = L^{-1}\sum_k e^{-i(k_x m + k_y n)}\boldsymbol{c}(k)}$ によって，波数表示すれば

$$H = \sum_k \boldsymbol{c}^\dagger(k) h_k \boldsymbol{c}(k)$$

$$h(k) = \boxed{\begin{pmatrix} \xi(k) & \Delta(k) \\ \Delta^*(k) & -\xi(k) \end{pmatrix}},$$

ここで

$$\xi(k) = 2t(\cos k_x + \cos k_y) - \mu$$
$$\Delta(k) = 2\Delta_{x^2-y^2}(\cos k_x - \cos k_y) + 2i\Delta_{xy}[\cos(k_x + k_y) - \cos(k_x - k_y)]$$

準粒子の励起を $E(k)$ とすれば，

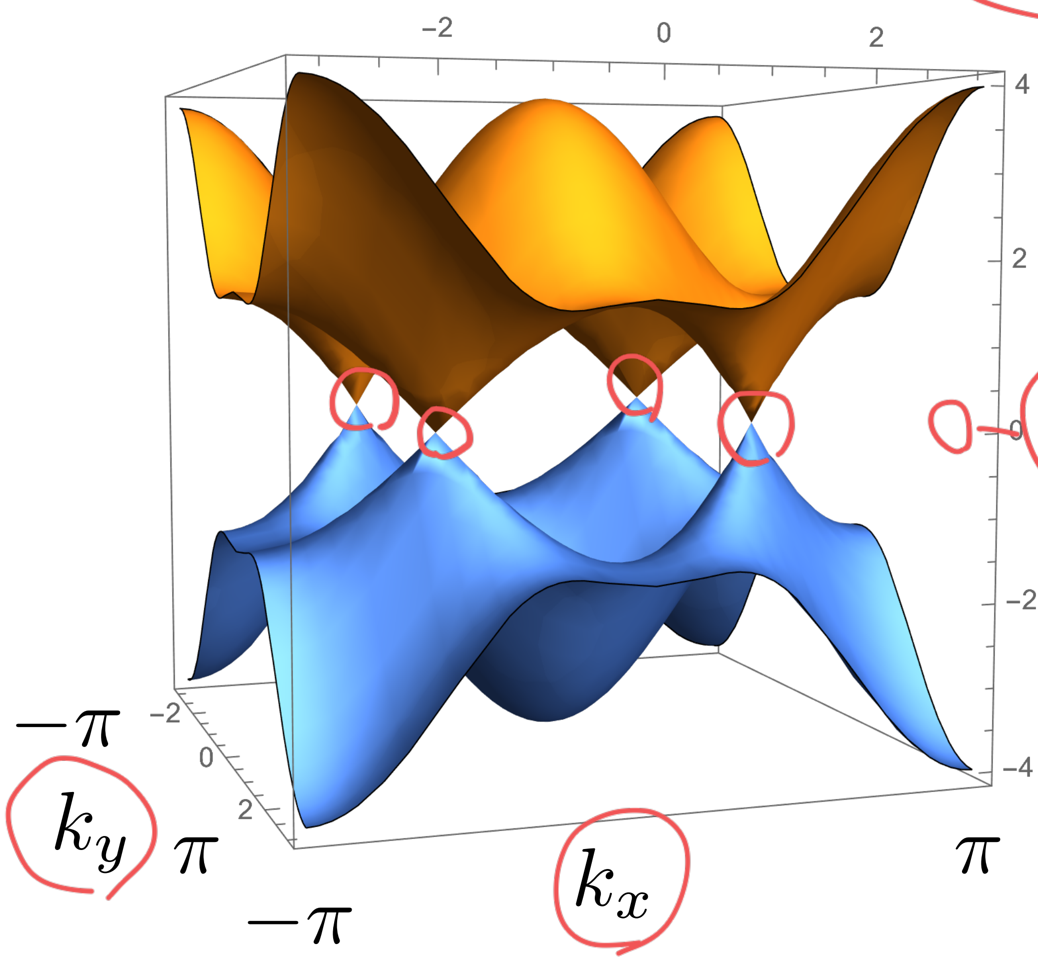
$\pm E(k)$

$$\boxed{E(k) = \sqrt{|\xi(k)|^2 + |\Delta(k)|^2}}$$

である。

$E(k) = \sqrt{|\xi_k|^2 + |\Delta_k|^2}$

$\pm E(k_x, k_y)$

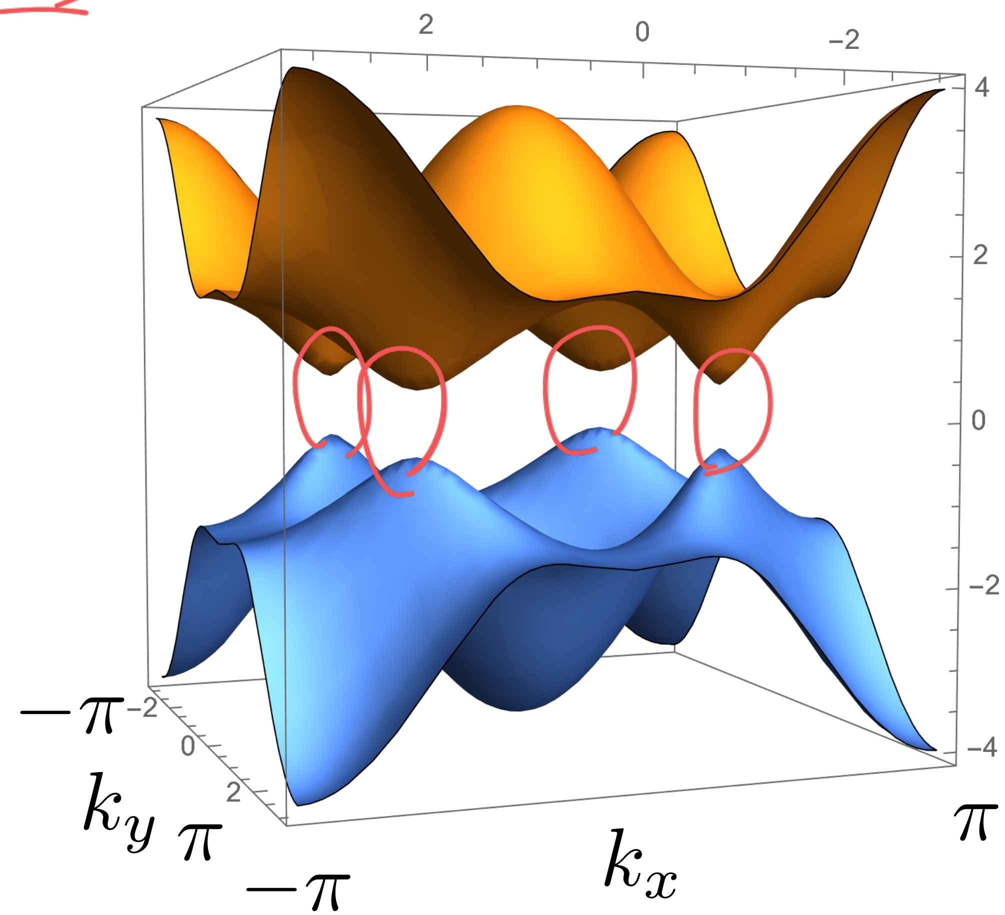


$t = 1, \Delta_{x^2-y^2} = 0.4$

$\Delta_{xy} = 0.0$ massless

~ Dirac dispersion

d波



masive

$t = 1, \Delta_{x^2-y^2} = 0.4$

$\Delta_{xy} = 0.2$

d+id

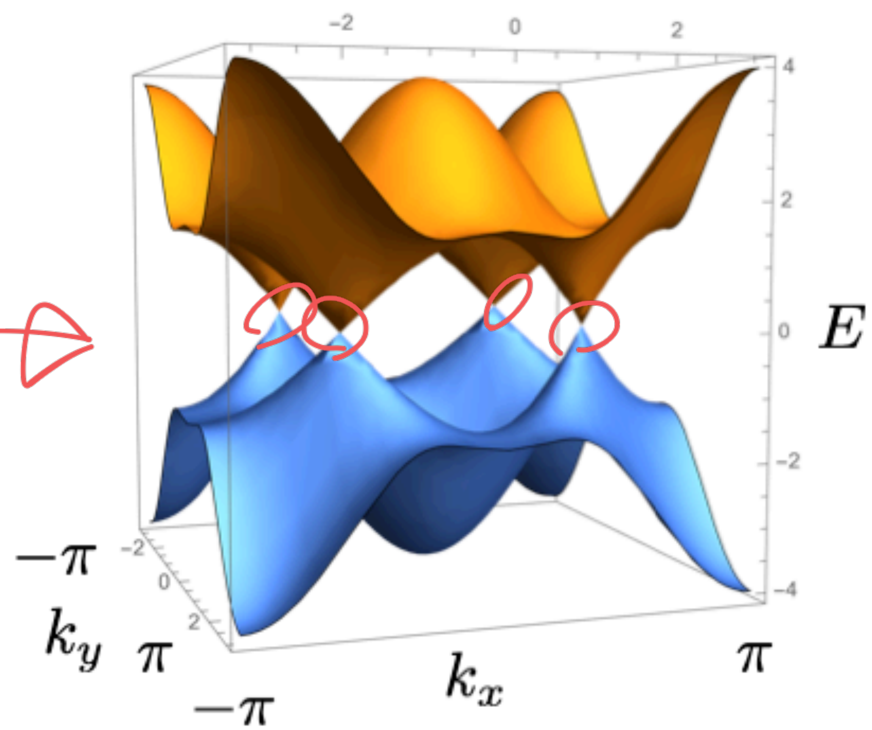
特に $\mu = 0$, $\Delta_{xy} = 0$ の場合，d-波の超伝導とよばれ（例えば銅酸化物高温超伝導体の場合）

$$(k_x^0, k_y^0) = (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}), (-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2})$$

の 4 点で $E(k) = 0$ となり，超伝導ギャップが消失する。このギャップレス点の近くでの励起の様子をもう少し調べよう。例えば $(k_x^0, k_y^0) = (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ の近くで $\delta k = k - k^0$ とすれば $\delta K_x = (\delta k_x + \delta k_y)/(t\sqrt{2})$, $\delta K_y = (\delta k_x - \delta k_y)/(\Delta_{x^2-y^2}\sqrt{2})$ として

$$E(k) = \sqrt{\delta K_x^2 + \delta K_y^2}$$

となり，いわゆる Dirac cone 型の線形分散となる。

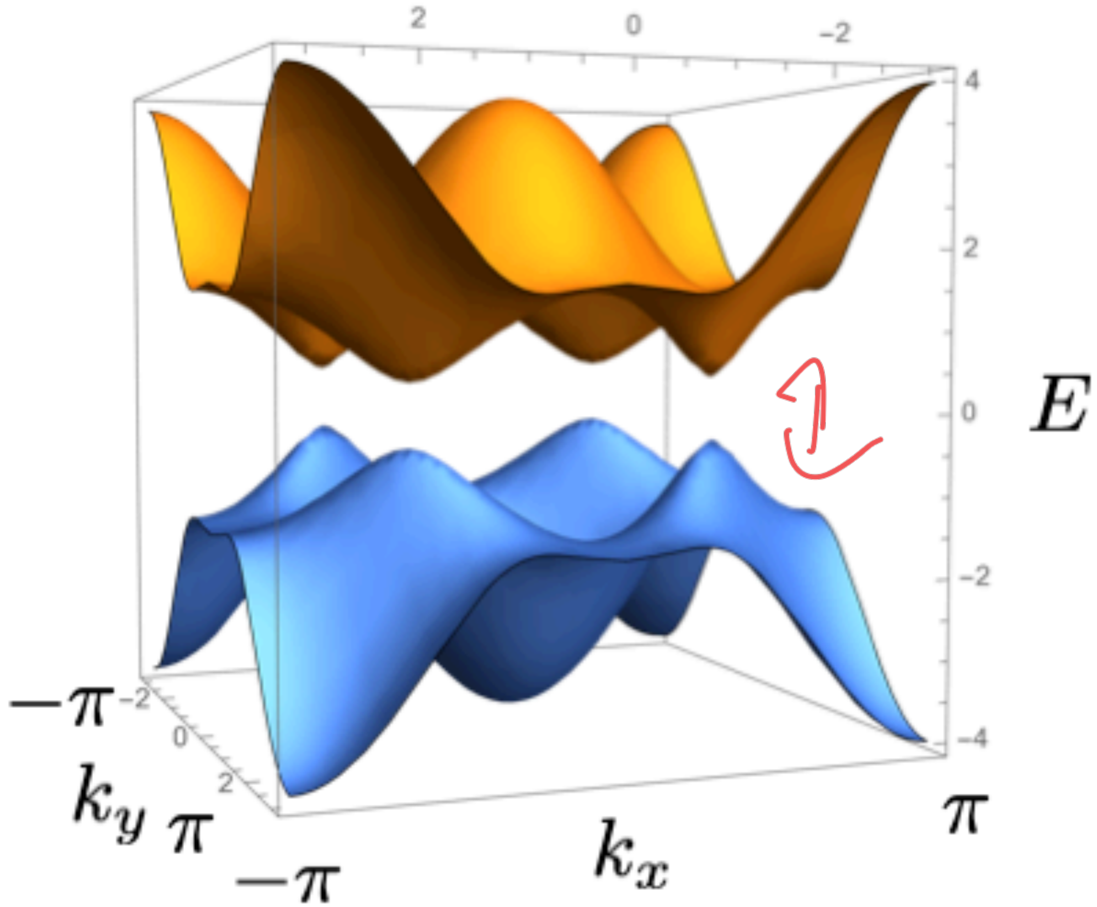


$t = 1, \Delta_{x^2-y^2} = 0.4$

$\Delta_{xy} = 0.0$

$d+id$ 波の超伝導

$$\pm E(k_x, k_y)$$



$$t=1, \Delta_{x^2-y^2}=0.4$$

$$\Delta_{xy}=0.2$$

トポロジカル超伝導