

# 対称性とその自発的破れ

## 現代物理学の基礎概念

### 量子統計力学の帰結

筑波大学大学院数理物質科学研究科教授

筑波大学理工学群 物理学類

初貝 安弘

# Spontaneous Broken Symmetry



## The Nobel Prize in Physics 2008

"for the discovery of the mechanism of spontaneous broken symmetry in subatomic physics"

"for the discovery of the origin of the broken symmetry which predicts the existence of at least three families of quarks in nature"



Photo: University of Chicago

**Yoichiro Nambu**



© The Nobel Foundation Photo: U. Montan

**Makoto Kobayashi**



© The Nobel Foundation Photo: U. Montan

**Toshihide Maskawa**

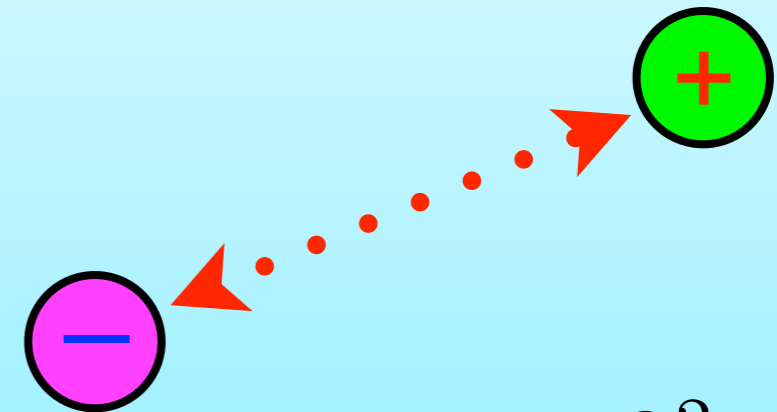
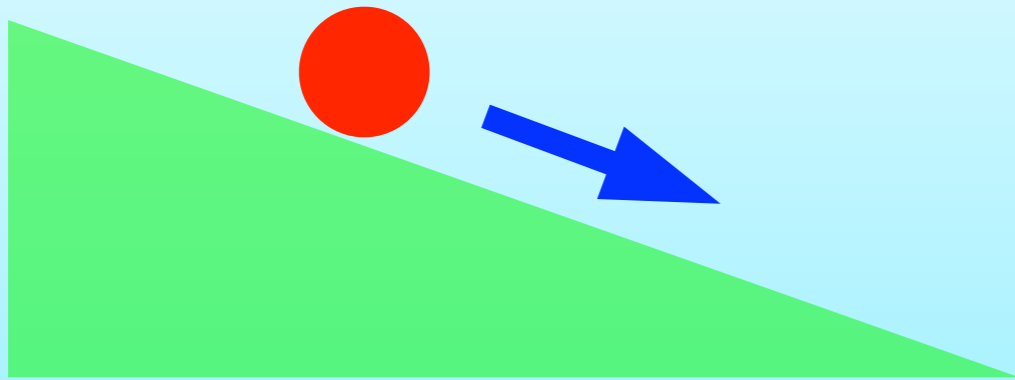
# 本日の講義

- ★ 物理学とはなにか
  - ★ 物理学の大切にしているもの
  - ★ 自然科学としての物理学
- ★ 物理学における対称性
  - ★ 対称性とはなにか
- ★ 物質の相と対称性の破れ
  - ★ 情報化社会と物質の相
  - ★ 対称性の破れと秩序変数
- ★ 自発的対称性の破れ
  - ★ 磁気秩序と磁性体
  - ★ *Nambu-Goldstone Boson*
- ★ 量子統計
  - ★ *Fermi-Dirac* 分布
  - ★ *Bose-Einstein* 分布

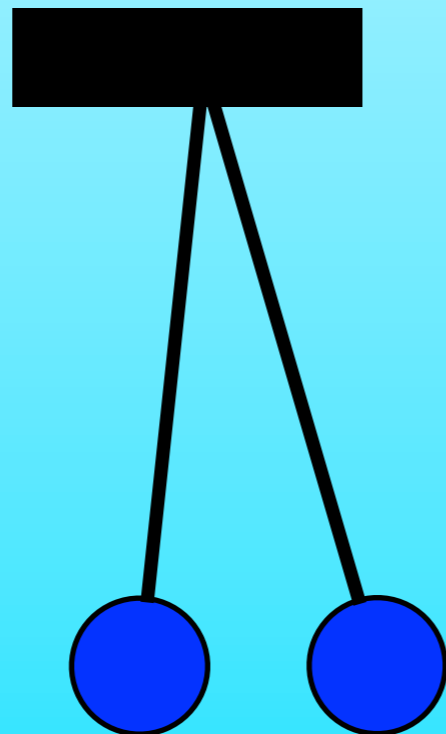
# 物理学とは

★ 物理学とはなにか

$$F = mg \sin \theta$$



$$F = k \frac{Q^2}{r^2}$$



$$\ddot{\theta} = -\omega^2 \theta$$

# 物理学とは

## ★ 物理学とはなにか



ガリレオ・ガリレイ

Wikipedia



$$F = ma$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$g = 9.8[\text{m/s}^2]$$

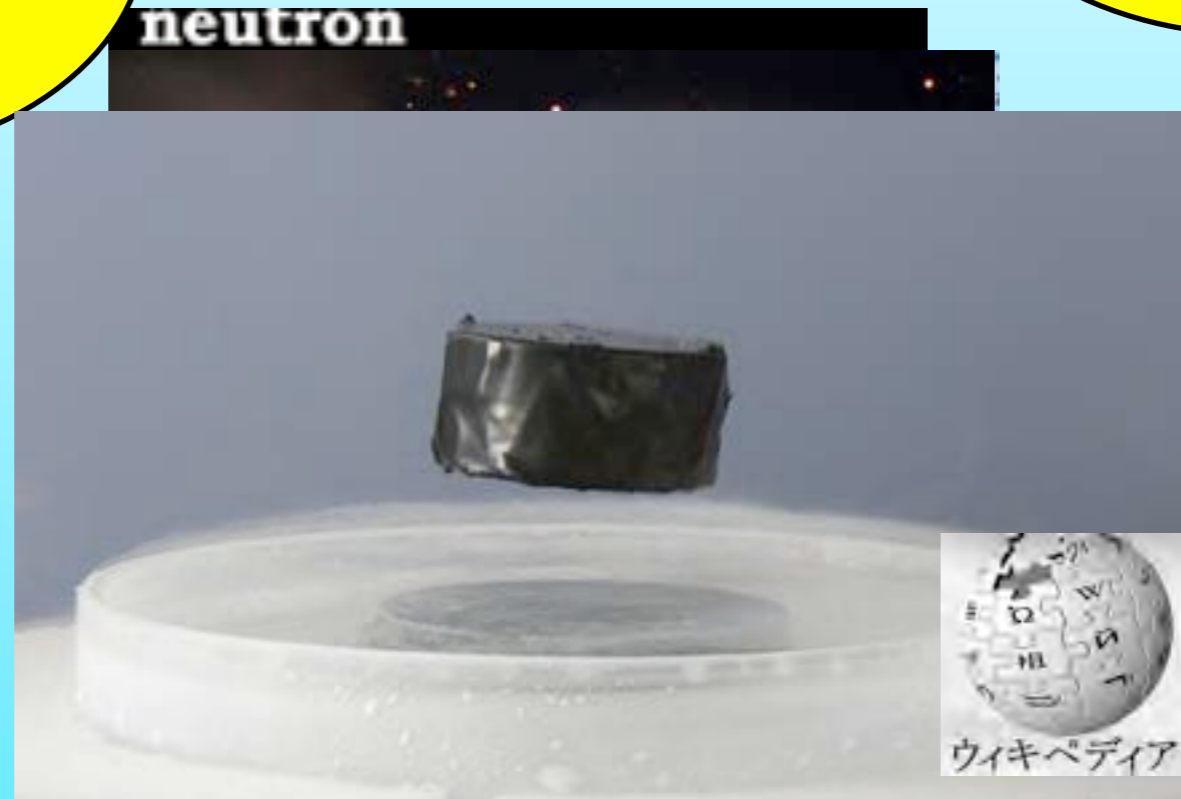
# 物理学とは

★ 物理学とはなにか

素粒子

物性(統計力学)

原子核



プラズマ

宇宙

# 物理学とは

★ 物理学とはなにか

素粒子

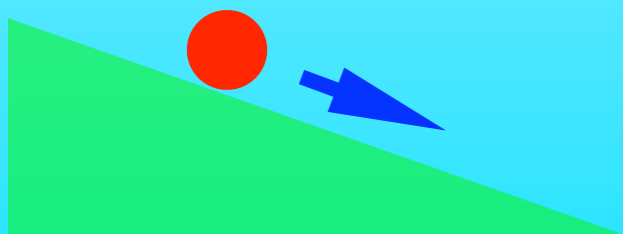
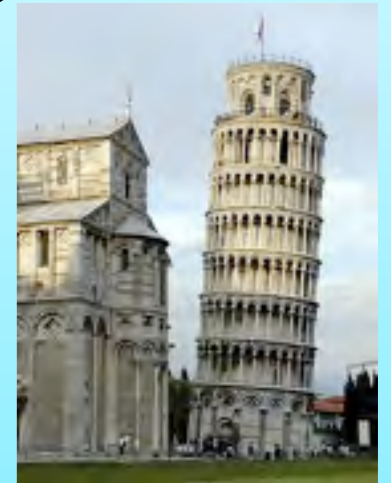
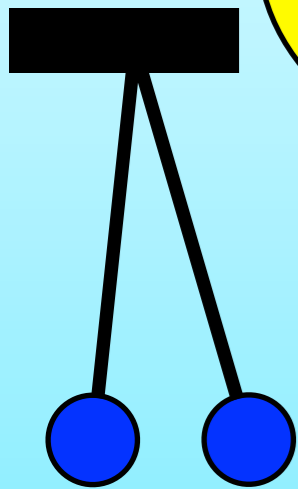
物性(統計力学)

物理学  
Physics

原子核

プラズマ

宇宙



# 物理学とは

★ 物理学とはなにか

素粒子

物性(統計力学)

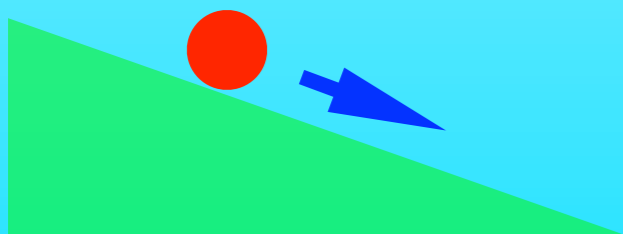
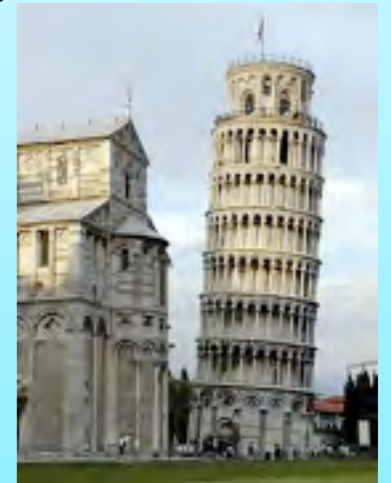
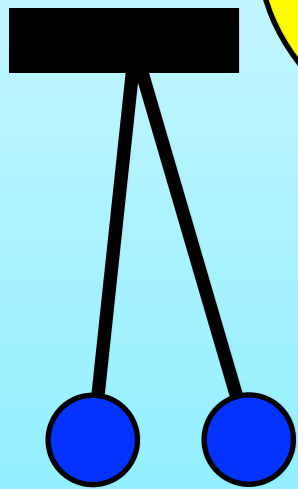
普遍性

Universality

原子核

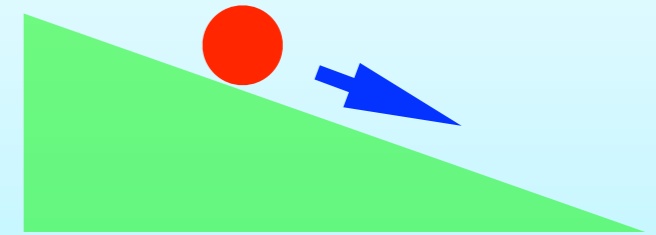
プラズマ

宇宙





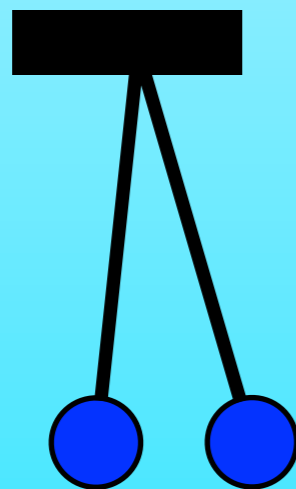
# Universality (普遍性)とは？



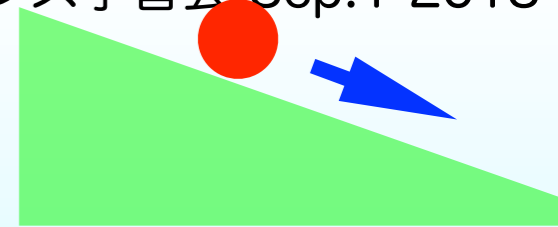
各論を超えた  
統一的理解



<http://>



# Universality (普遍性)とは？



法則

質点の運動

として統一的に理解

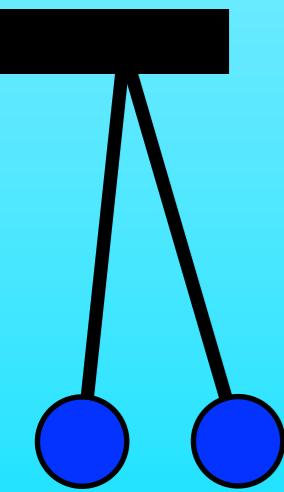
$$F = ma : \text{押しただけスピードアップ}$$

質点：大きさの無い質量( $m$ )のみを持つ点

理想化

近似？

数学的厳密さを失った？



<http://>

Space Shuttle



法則

# Universality (普遍性)とは？

$F = ma$  : 押しただけスピードアップ

理想化

質点 : 大きさの無い質量( $m$ )のみを持つ点

複雑な対象

情報の縮約



$m$  : 唯一の特性として抽出

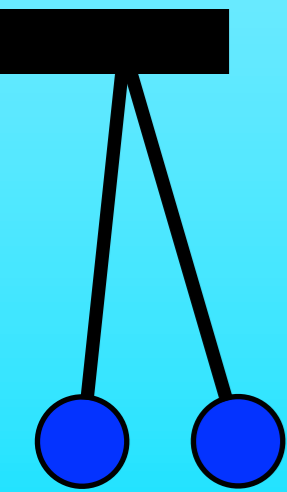
ある時間スケール、空間スケールで  
成立する階層的な基本法則の発見

# Universality



<http://>

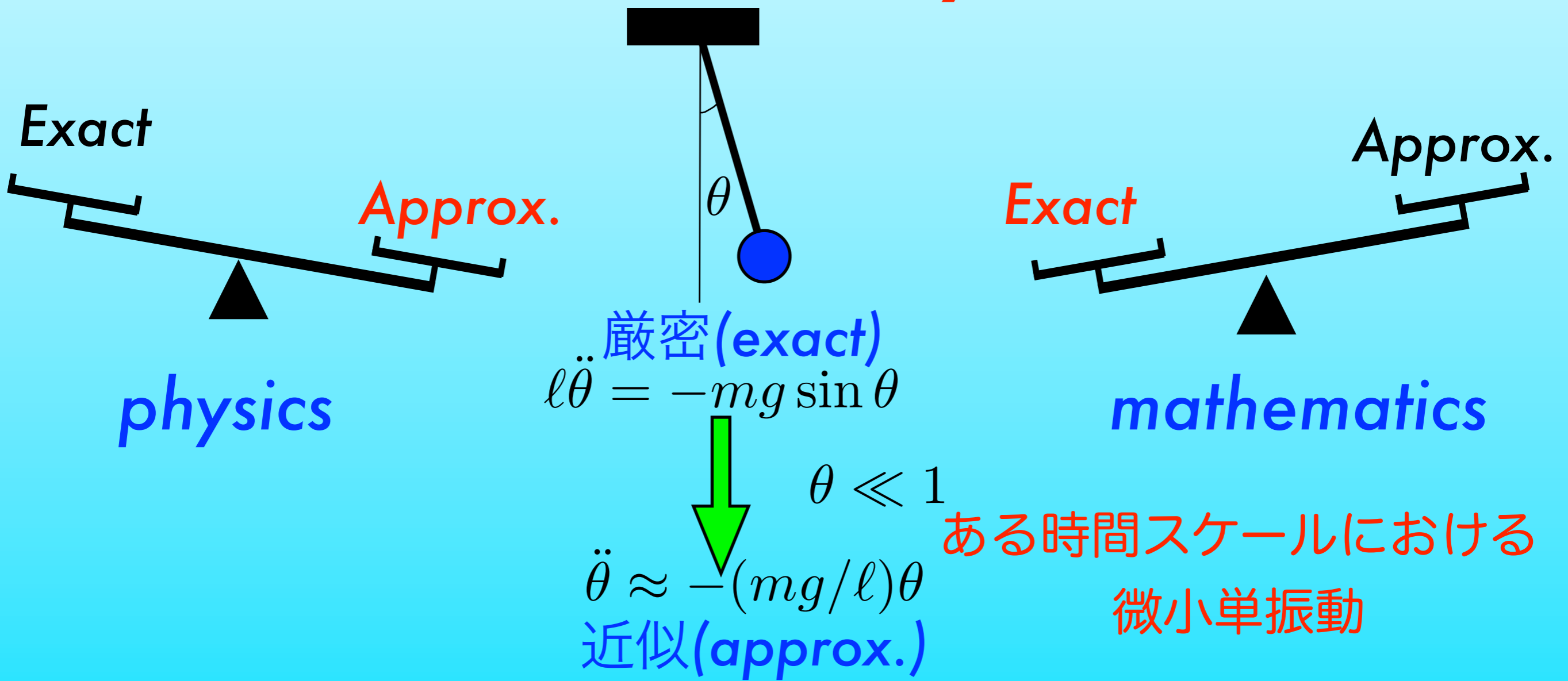
Space Shuttle



# Universality (普遍性)とは？

ある時間スケール、空間スケールで  
成立する階層的な基本法則の発見

## Universality



# 自然科学としての物理学

普遍性

*Universality*

*Physics*

各論の基礎付け  
質的転回の基礎

自然科学



多様性

*Diversity*

化学 *chemistry*

工学 *engineering*

生物学 *biology*

人間の幸福  
文化的価値

異なるアプローチ（相補的）

有用な各論

*Spontaneous  
Broken  
Symmetry*

*Use it for particle physics : Y. Nambu*

*Universal & Basics*

*Concept*

*in the whole physics*

素粒子

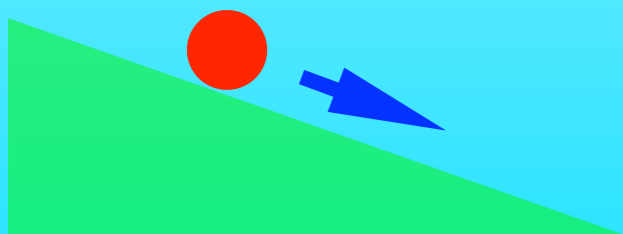
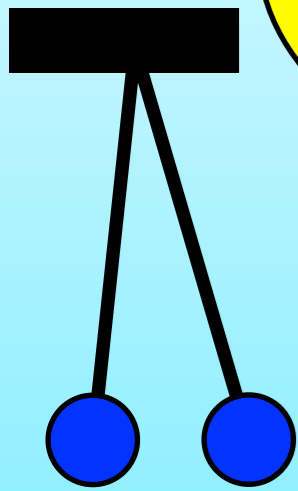
物性(統計力学)

普遍性  
Universality

原子核

プラズマ

宇宙



# 物理学における”タイショウセイ”

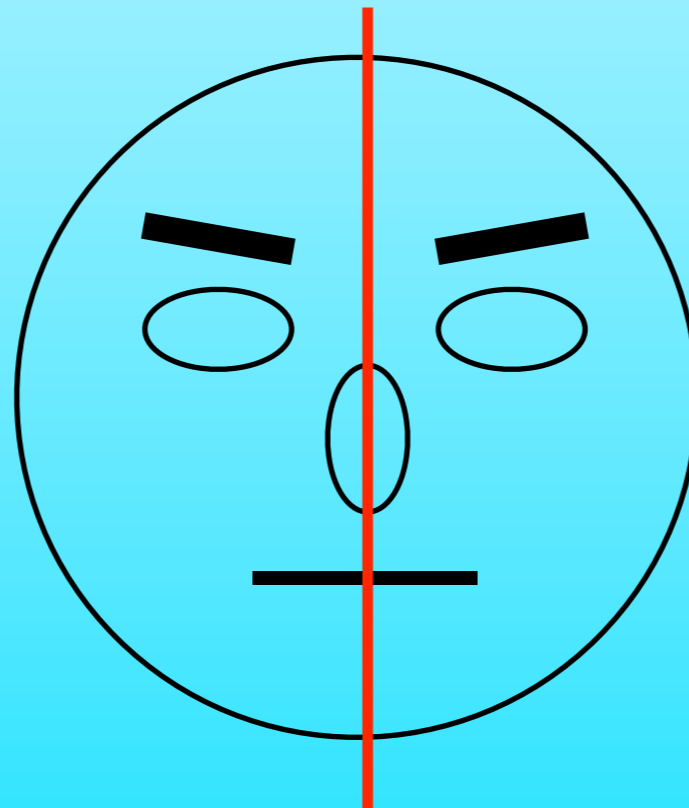
~~対照~~

対称

~~対象~~

対称？

美人は顔のつくりが左右対称 ？



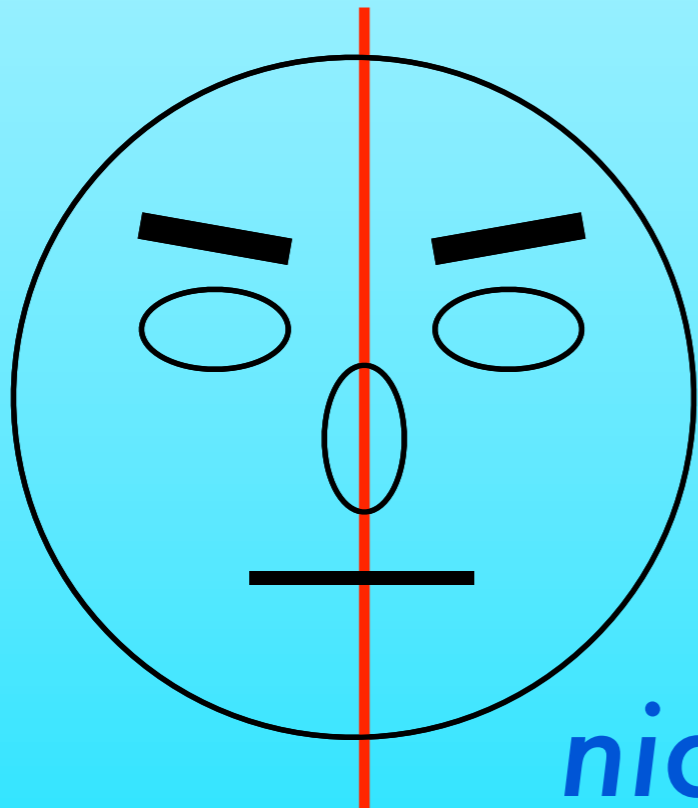


# 物理学における対称性

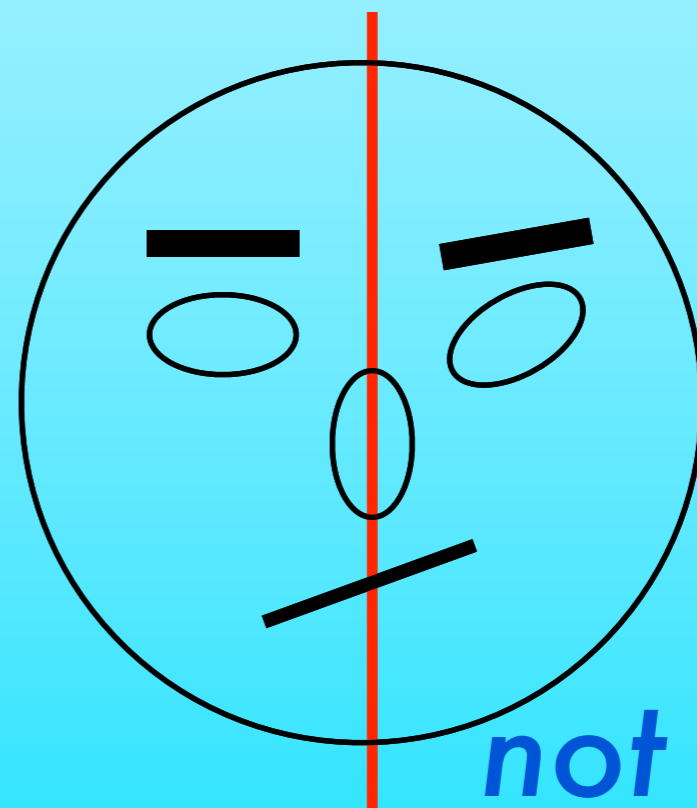
## 対称性 *Symmetry*

対称？

美人は顔のつくりが左右対称 ？



*nice !*



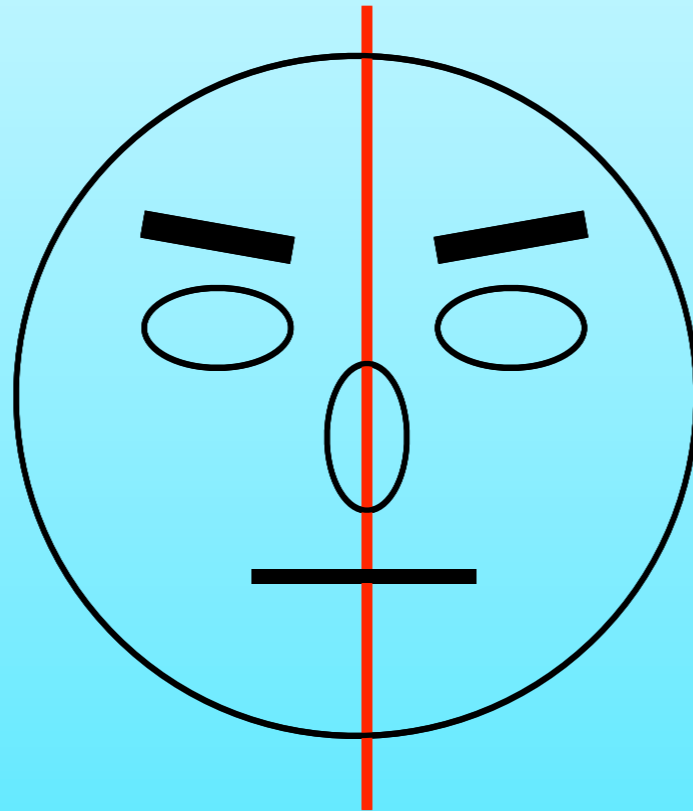
*not so much*

# 物理学における対称性

対称性

*Symmetry*

左右対称



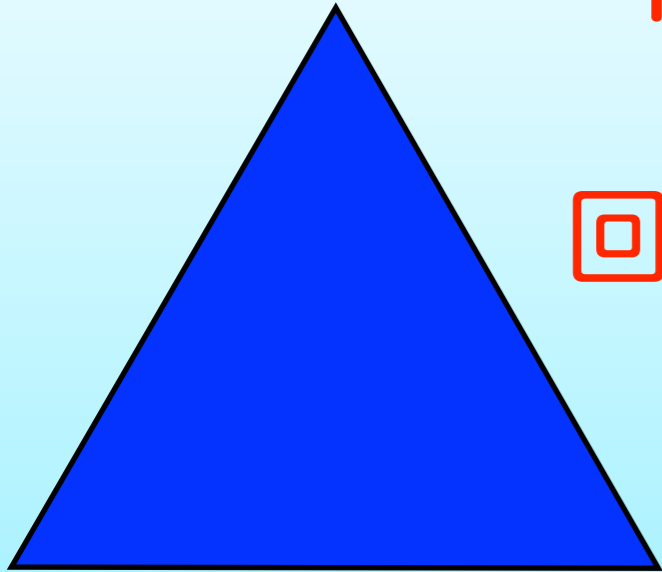
ひっくり返す

「対称操作」

# Symmetry

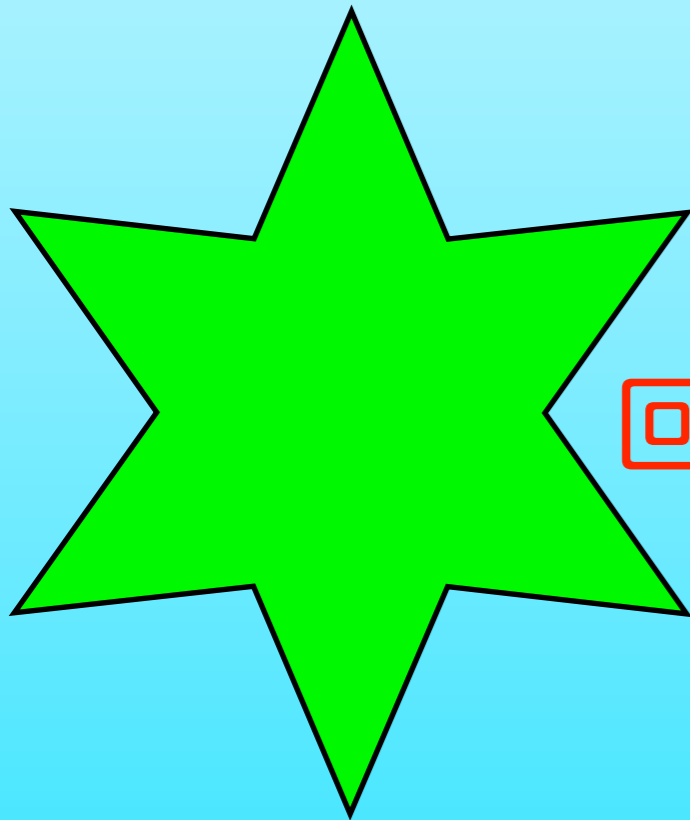
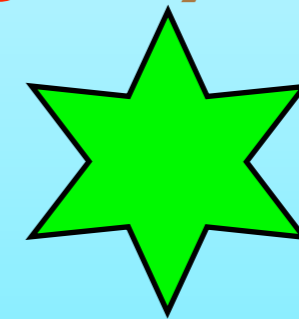
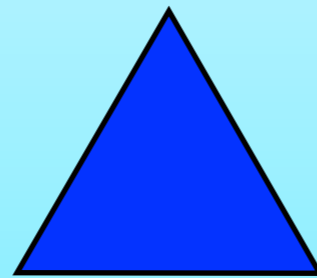
「いろいろな対称操作」

回転角：120度、240度、360度



*low symmetry*

*high symmetry*



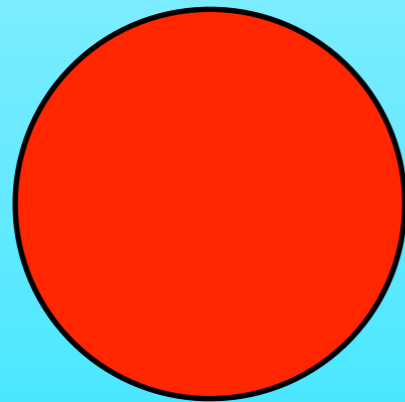
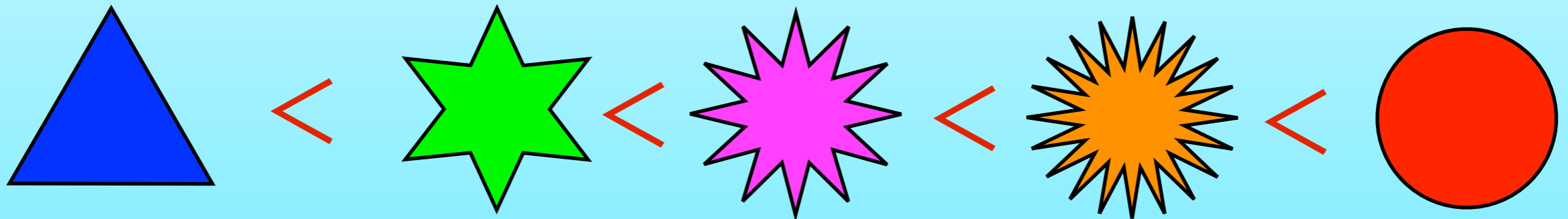
回転角：60度、120度、180度、  
240度、300度、360度

# 対称性の定量化

「いろいろな対称操作」

*low symmetry*

*high symmetry*



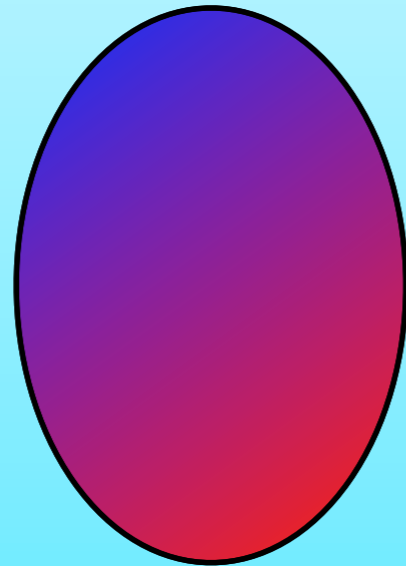
「連続対称性」

*Nambu-Goldston Boson*

# 対称性の低下と対称性の破れ

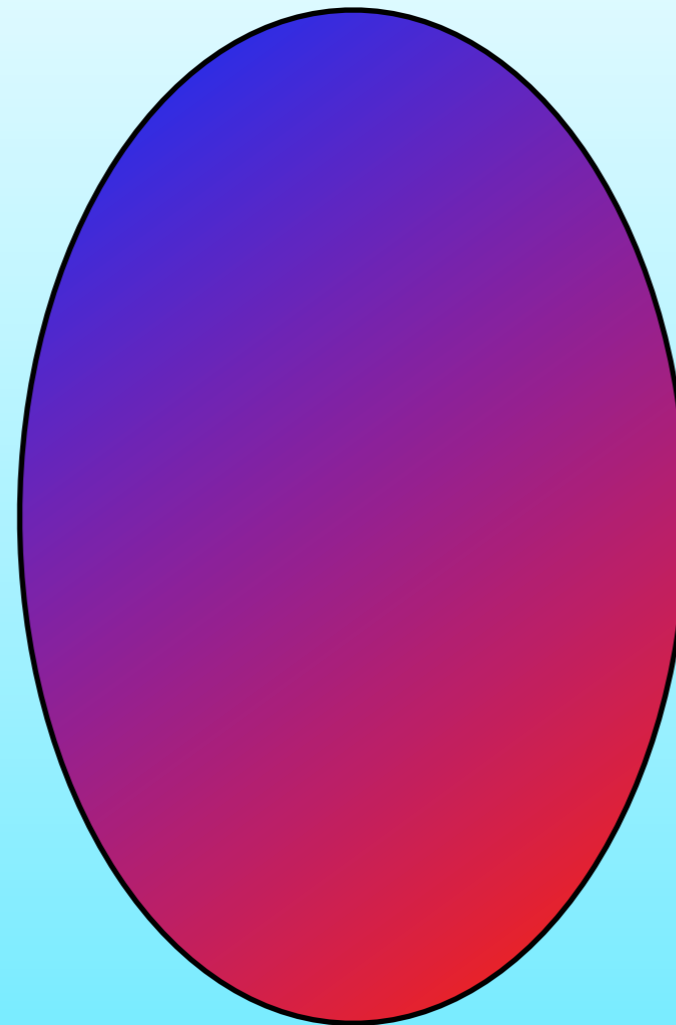


*high symmetry*



*low symmetry*

# 対称性の低下と対称性の破れ



対称性の低下

対称性の破れ

*Broken Symmetry*

*Break down of Continuous Symmetry*

連続対称性の破れ

自発的? *Spontaneous?*

# 物理学としての物質科学：物性物理学

★ 物性物理学 = 凝縮系物理学 = 物の性質と特性

★ *Condensed Matter Physics*

★ 物質の多様な形態（相）を研究する

## Phase

★ 水の三態（液体、気体、固体）

★ 磁石はなぜ磁力ももつのか？

★ なぜ水は透明か？

★ ルビーはなぜ赤い？

★ ...

★ 金属はなぜ電気を通す

★ 陶器はなぜ絶縁体なのか

★ 金、銀はなぜキラキラする？

★ ダイヤモンドと鉛筆の違いは？

★ 物質における種々多様な現象する

★ 蛍光灯はなぜ光る。信号機の赤青黄はどうやってつくられる？

★ どうやってCDに書きこむのか

★ トランジスタってなに？？（パソコンはどうしてお利口？？）

# 物性物理学 とはなにか（続き）？

- ★ **（量子）統計力学をその基礎とする**
  - ★ 多数の粒子が集まったときの物理的振る舞いの理解
  - ★ 温度とはなにか？
  - ★ 「相」とはなにか？
  - ★ 物質相の変化としての相転移
- ★ **凝縮系物理学は物質科学の基盤**
  - ★ 化学、材料科学、工学、生物学の物質的基礎
- ★ **凝縮系物理学は現代の科学文明の基礎**
  - ★ 現代社会の物質的基礎
  - ★ 環境問題、生命科学、すべての物質的基礎



# 現代の物性物理学

- ★ 「量子統計力学的物性物理学」
- ★ 量子力学的物質相
  - ★ 「量子相」「量子相転移」
  - ★ 量子液体相、スピン液体相
  - ★ ナノワールドにおける現象はすべて量子力学による記述を要求
- ★ 実験室で実験可能な量子力学的現象
  - ★ 超伝導、超流動、レーザー、ボーズ凝縮、量子ホール効果
  - ★ 磁石、スピンの存在
  - ★ アハロノフ・ボーム効果、ベリー位相
- ★ 量子計算機の物質的基礎。
  - ★ スピンによる量子ビット
  - ★ 量子ホール系を用いた量子干渉デバイス

# 物理学の中の 物性物理学

## ★ ノーベル物理学賞 (凝縮系物理学)

年	受賞者	受賞理由
2006	ジョン C. マザー ジョージ F. スムート	光の量子論
2005	ロイ J. グラウバー ジョン L. ホール テオドール W. ヘンシュ	レーザー冷却
2004	デヴィッド J. グロス H. デヴィッド ポリツァー フランク ウィルチョ	異方的超伝導と超流動
2003	アレクセイ A. アブリコソフ ヴィクトリー L. ギンツブルグ アンソニー J. レグgett	ヘリウムの超流動
2002	小柴 昌俊 レイモンド デイヴィッドソン リカルド ジメネス	原子のボーズ凝縮
2001	エリック A. フォーム ウルフガング ケターレ カール E. ウィマース	半導体ヘテロ構造
2000	ジャック キューリック ハーバート クロマー ジョレス アルフォーロフ	高分子の統計力学
1999	ヘラルドゥス ヘットホーフト E. マルティネスフェルトマン	電弱相互作用の量子論的な構造の解明
1998	ホルスト L. シュテットgen ダニエル C. オズランド ロバート B. ラフリン	量子ホール効果 における分数電荷
1997	スティーブ マウリ クロード コーエン ウィリアム D. ハム	レーザー冷却
1996	デービッド M. リー	ヘリウムの超流動
1994	C.G. シャル B.N. ブロックハウス R.A. ハルス	高密度物質研究のための中性子散乱技術の開発
1991	P.-G. ドジャンヌ R.E. テイラー	より複雑な高分子、液晶、超伝導磁性材料の相転移現象の数学的研究
1989	H.G. デーメルト W. バウル N.F. ラムゼー	磁性と乱れた系の局在
1988	J. ストラー	高温超伝導体
1987	K.A. ミュラー	STM
1983	S. ファン S. チャン	量子ホール効果
1980	J.W. クローニン V.L. フィッチ	臨界現象と 繰り込み群
1979	S. ワインバーグ S.L. グラشوウ	中性カレントの予言、電磁相互作用と弱い相互作用の統一理論への寄与
1977	P.W. アンダーソン N.F. モット J.H. ヴァングレック	磁性と乱れた系の局在

# 物理学の中の物性物理学

## ★ 近年のノーベル物理学賞

自発的対称性の破れ：  
ポスト南部ゴールドストーン

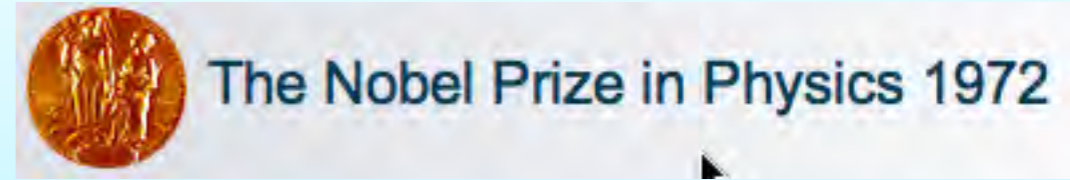
2008	南部 陽一郎	87	アメリカ	原子核物理学における自発的対称性の破れの発見 自然界に少なくとも3つのクォークファミリーが存在することを予言する対称性の破れの起源の発見
	小林 誠	64	日本	
	益川 敏英	68	日本	
2007	アルベール フェール	69	フランス	巨大磁気抵抗効果(GMR)の発見
	ペーター グリュンベルク	68	ドイツ	

スピン、局在モーメントの物理

# 超伝導と超流動：対称性の破れと相転移

## BCS 理論

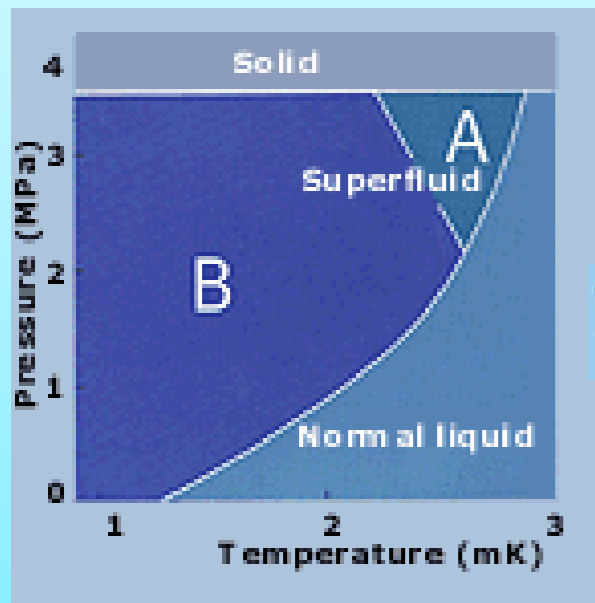
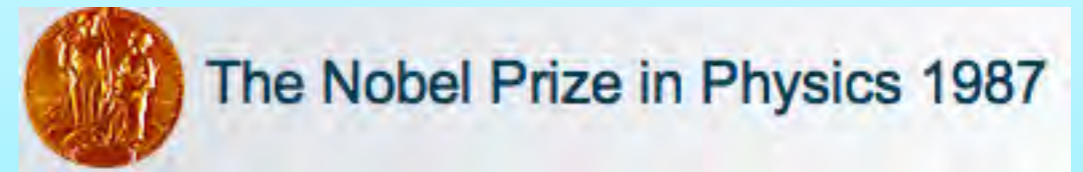
Bardeen, Cooper and Schrieffer



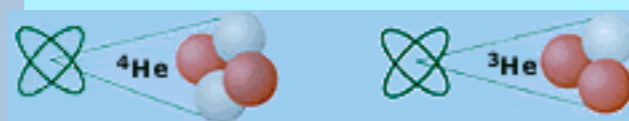
超伝導にもいろいろある：量子相転移

## 高温超伝導体の発見

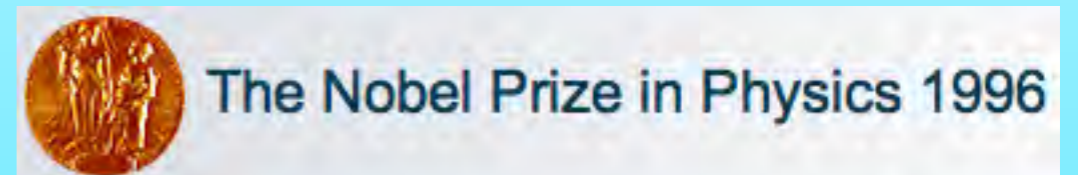
J. Georg Bednorz K. Alexander Müller



## 量子相転移

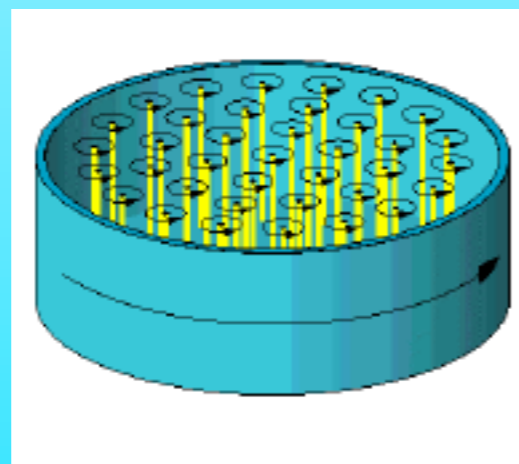
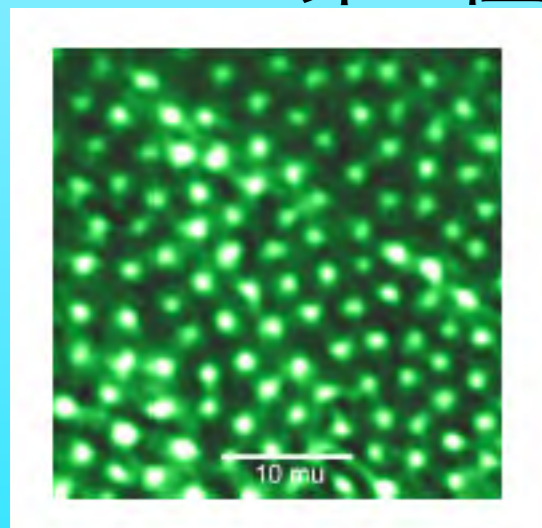
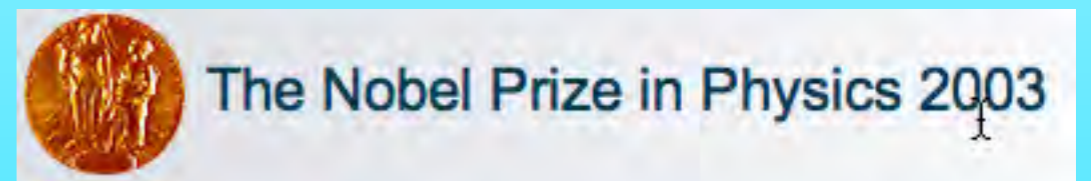


David M. Lee, Douglas D. Osheroff, Robert C. Richardson



## 第2種超伝導

Alexei A. Abrikosov, Vitaly L. Ginzburg, Anthony J. Leggett



# 磁石：秩序形成＝対称性の破れの例

- ★ 電子は電荷の他に固有の角運動量を持つ（スピン）
- ★ スピン= $\hbar/2$ :  $\hbar$ と同程度：量子論による記述
- ★ 磁石：電子のスピンが一つの方向にそろったもの
  - ★ スピンとは何だろうか (Dirac)
  - ★ なぜスピンの方向がそろうのか？
  - ★ そろいかたにもいろいろある
    - ★ 多様な磁気秩序相
      - ★  $\uparrow \downarrow \uparrow \downarrow \uparrow \downarrow \uparrow \downarrow \uparrow \downarrow$  (反強磁性：ネール状態)
      - ★  $\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$  (強磁性)
  - ★ どうやって磁気秩序を区別するか？

# ものの区別から量子相転移へ

## ★物質の多様な形態を区別、理解する

- ★ 水の三態（液体、気体、固体）
- ★ 磁石はなぜ磁力ももつのか？
- ★ なぜ水は透明か？
- ★ ルビーはなぜ赤い？
- ★ ...
- ★ 金属はなぜ電気を通す
- ★ 陶器はなぜ絶縁体なのか
- ★ 金、銀はなぜキラキラするの？
- ★ ダイヤモンドと鉛筆の違いは？

## ★多様な形態を「相」として特徴づける

どうやって？  秩序の概念をつかって！

どのように？  対称性の破れによって

何を使って？  秩序変数を用いて

秩序変数を用いた対称性の自発的破れによる相分類

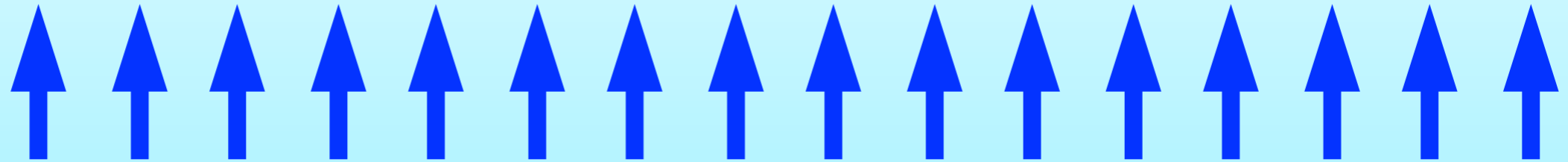
# 秩序と秩序変数

## ★磁気秩序 (磁石)

室温の磁石

(秩序正しい)

秩序相



磁石をバーナーで熱すると

(でたらめ)

無秩序相

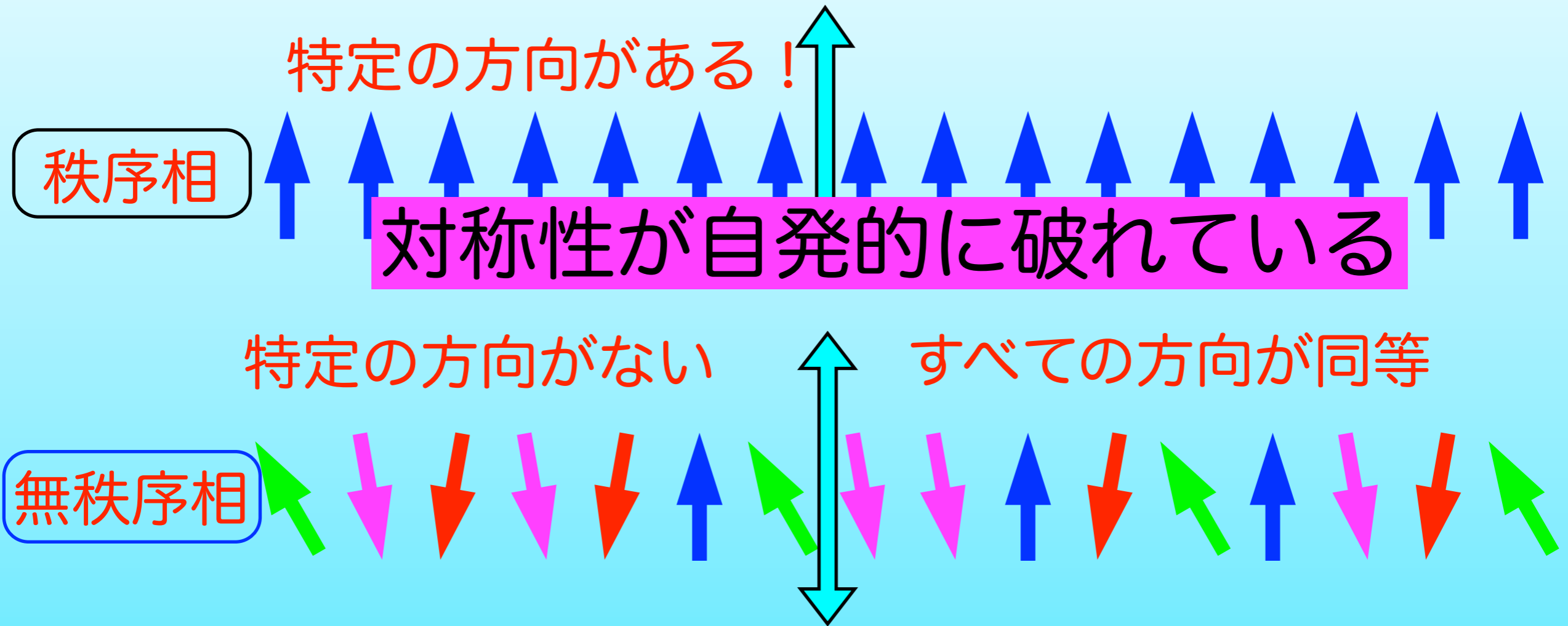


秩序変数：矢印！ “vector”

$\vec{m}(\vec{r})$  場所  $\vec{r}$  での平均の磁化の方向  $\vec{m}$

# 秩序変数と対称性の自発的破れ

★ 対称性の観点から区別しよう！！



秩序変数  $m(\vec{r})$  :

$\neq 0$	対称性が破れている
$= 0$	対称性が破れていない



# 対称性の自発的破れ *Spontaneous Symmetry Breaking*

物質はすべての方向は同等のはず！

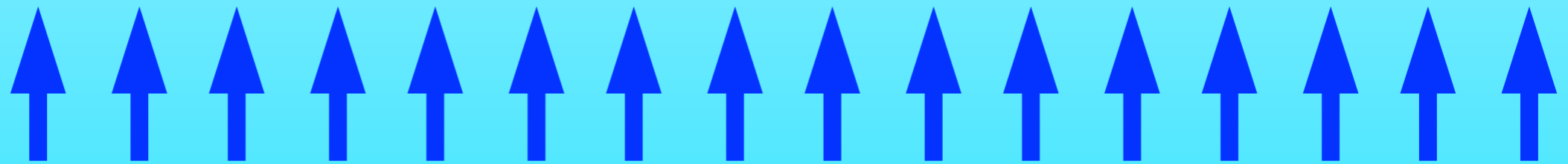
特定の方向はない

すべての方向が同等

物質の形態を定める法則  
は完全に等方的

実現した状態には特定の方向がある！

秩序相



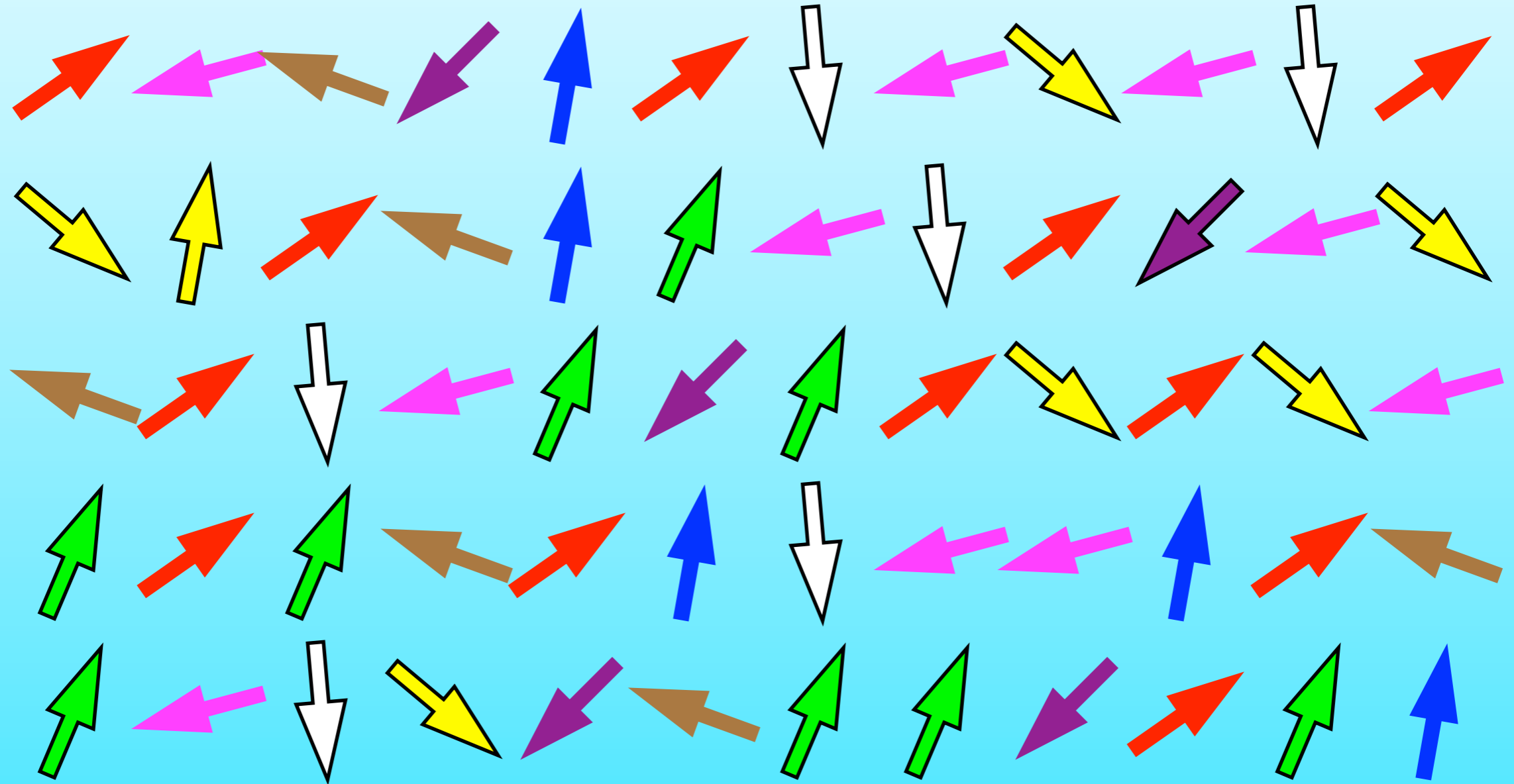
対称性が自発的に破れている

# 温度低下による自発的対称性の破れ

Disordered

高温相

Symmetric



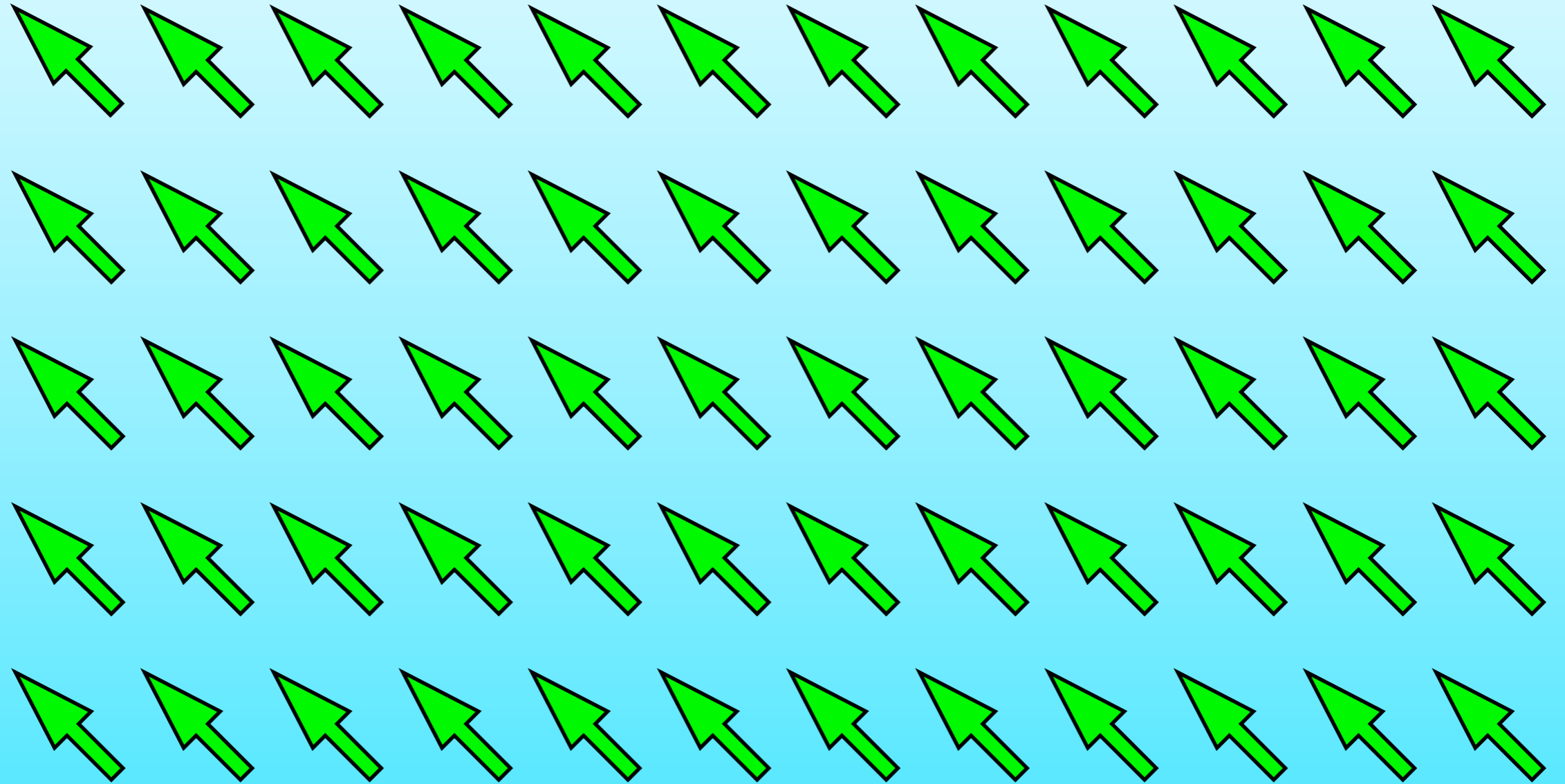
特定の方向が無い：平均的にすべての方向が同等

# 温度低下による自発的対称性の破れ

Ordered

低温相

Broken Symmetry



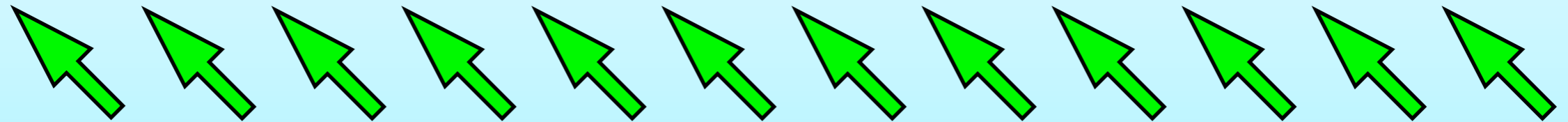
特定の方角を自発的に物質が選び出す！

# 温度低下による自発的対称性の破れ

Ordered

低温相

Broken Symmetry



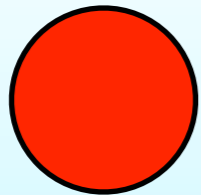
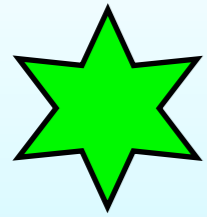
自発的対称性の破れは  
自由度無限大になって初めて起こり得る  
(統計力学の対象)

*More is Different*

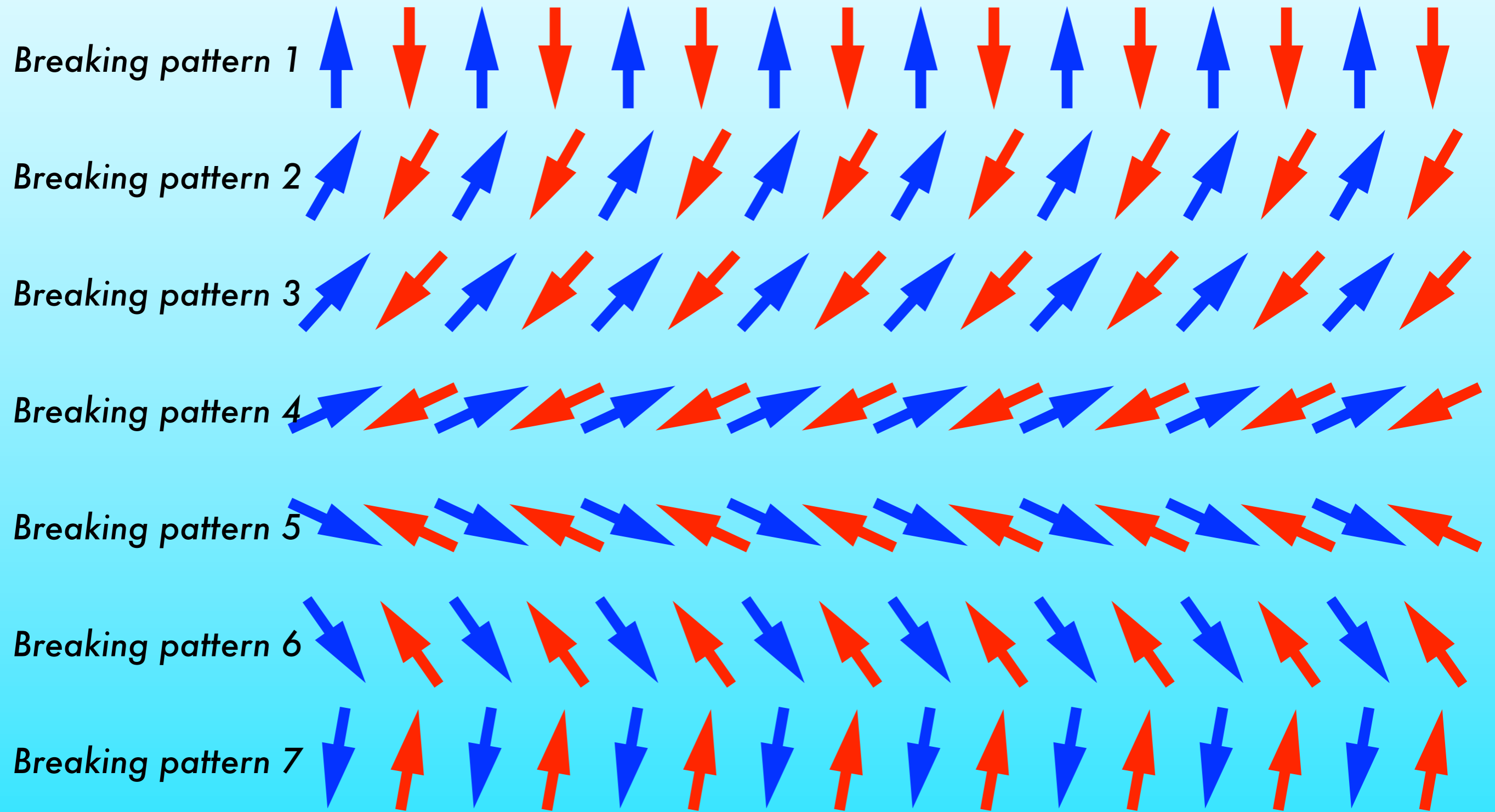
by P.W.Anderson

どの方向への対称性の破れ、秩序もやはり同等！！

# 連続対称性の自発的破れと *Nambu-Goldstone Boson*



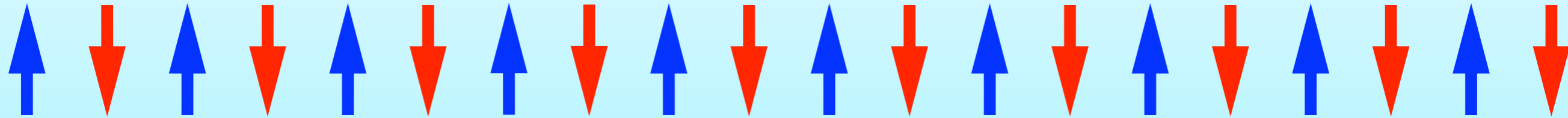
同等な方向が連続無限個ある！



# 連続対称性の自発的破れと *Nambu-Goldstone Boson*

対称性の破れのパターンをゆっくり乱す

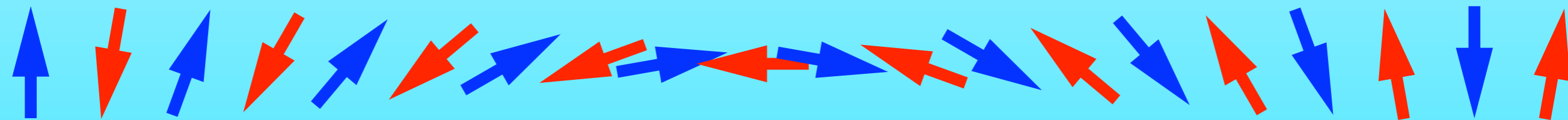
理想的な対称性の破れ



ゆっくりしたパターンの乱れ



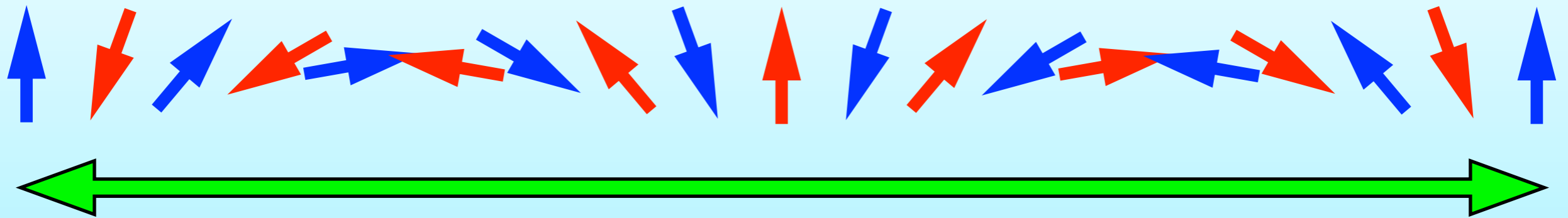
もっとゆっくりしたパターンの乱れ



パターンの乱れの波長

# 連続対称性の自発的破れと *Nambu-Goldstone Boson*

対称性の破れのパターンをゆっくり乱す



パターンの乱れの波長

長波長のゆっくりした乱れは殆どエネルギーのロスが無い

音波的振る舞い *magnon* (磁性波)

*phonon*(格子振動の波)

***Nambu-Goldstone Boson***

**Gapless excitation with  
Spontaneous Symmetry Breaking**

# Spontaneous Broken Symmetry



## The Nobel Prize in Physics 2008

"for the discovery of the mechanism of spontaneous broken symmetry in subatomic physics"

"for the discovery of the origin of the broken symmetry which predicts the existence of at least three families of quarks in nature"



Photo: University of Chicago

**Yoichiro Nambu**



© The Nobel Foundation Photo: U. Montan

**Makoto Kobayashi**



© The Nobel Foundation Photo: U. Montan

**Toshihide Maskawa**



# 少し勉強しましょう

★ 統計平均  $\langle \cdot \rangle$  とは？

物理量  $\mathcal{O}$  の統計平均  
運動量、磁化、エネルギー

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \sum_i p_i \mathcal{O}_i$$

磁化

$\mathcal{O}_i$  : 状態  $i$  での物理量の値

$$m = \mu_B \langle S \rangle$$

$p_i$  : 状態  $i$  が現れる確率

スピンの統計平均

ex. 全粒子数  $\langle N \rangle = \sum_i n_i, \quad n_i = N_i p_i$

$N_i$  : 状態  $i$  の粒子数

Boltzmann分布 古典統計

$$n_i \propto e^{-\beta \epsilon_i}$$

$\epsilon_i$  : 状態  $i$  のエネルギー

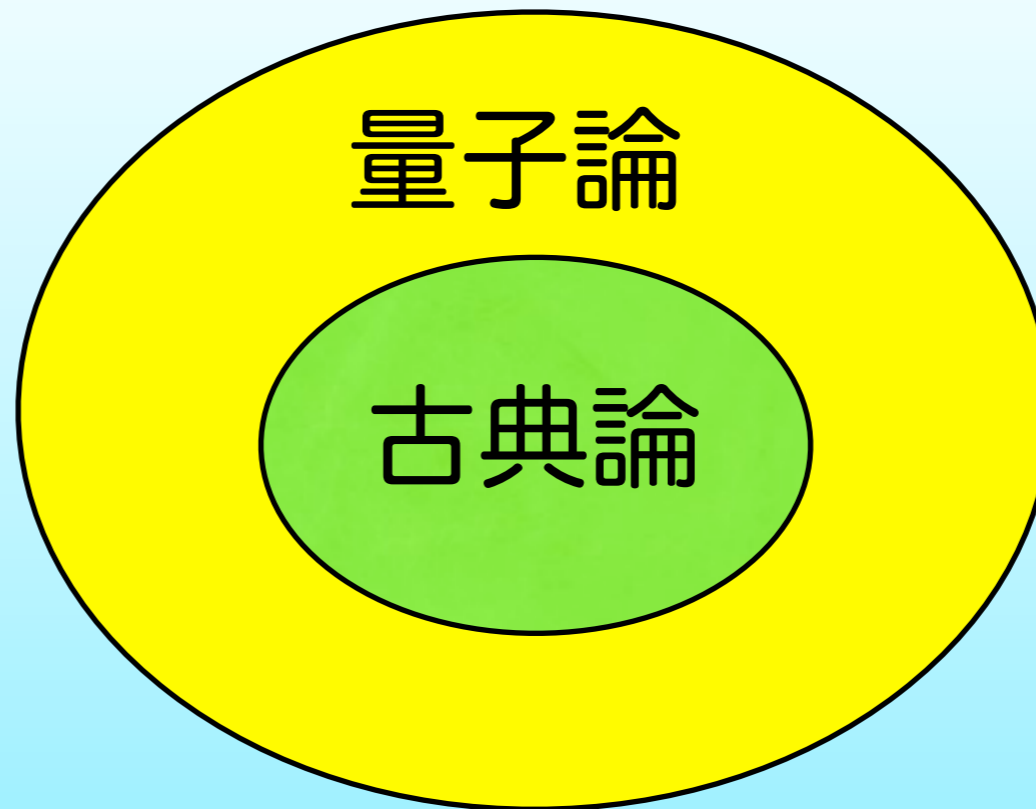
$$\beta = \frac{1}{k_B T}$$

$T$  : 絶対温度

$k_B$  : Boltzmann定数

# 古典論から量子論へ

## ★ 古典論と量子論



## ★ プランク定数：唯一の量子論固有の定数

$$\hbar = 6.626068 \times 10^{-34} \text{ [J} \cdot \text{s]}$$

$$[\text{J} \cdot \text{s}] = (\text{エネルギー}) \times (\text{時間}) = (\text{運動量}) \times (\text{長さ}) = (\text{角運動量})$$

$$= [\text{kg} \cdot \text{m/s}^2 \cdot \text{m} \cdot \text{s}] = [\text{kg} \cdot \text{m/s} \cdot \text{m}]$$

(エネルギー) × (時間)

(運動量) × (長さ)

(角運動量)

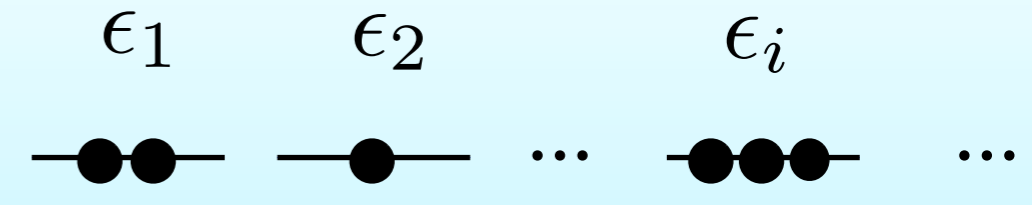
}

$\gg \hbar$  : 古典的

$\approx \hbar$  : 量子的

# 古典統計から量子統計へ

量子力学的な同種粒子系

$\epsilon_i$  : 状態  $i$  のエネルギー —  $\epsilon_{1s}, \epsilon_{2p}, \dots$    $\dots$

$n_i$  : 状態  $i$  の占有数

多粒子状態 : すべての占有数  $\{n_i\}$  を指定することで定まる

多粒子状態  $\{n_i\}$  のエネルギー  $E(\{n_i\}) = \sum_i \epsilon_i n_i$

粒子数  $N(\{n_i\}) = \sum_i n_i$

出現確率  $p(\{n_i\}) = e^{-\beta(E - \mu N)} / Z$

$Z = \sum_{\{n_i\}} e^{-\beta(E - \mu N)}$   
 :分配関数 (確率の規格化)     $\mu$  :化学ポテンシャル (粒子数を調整)

Fermi 粒子: 電子(electron), 中性子(neutron)

$n_i = 0, 1$   Pauliの排他律

Bose 粒子: 光子(photon), 音波の量子(phonon)

$n_i = 0, 1, 2, \dots, \infty$    $\dots$

# 古典統計から量子統計へ

もう少し頑張れ(興味のある方へ)

$$Z = \sum_{\{n_i\}} e^{-\beta(E - \mu N)} = \sum_{\{n_i\}} e^{-\beta \sum_i n_i (\epsilon_i - \mu)} = \prod_i \left[ \sum_{n_i} e^{-\beta n_i (\epsilon_i - \mu)} \right]$$

$$= \begin{cases} \prod_i (1 + e^{-\beta(\epsilon_i - \mu)}) & \text{Fermi粒子} \\ \prod_i (1 + e^{-\beta(\epsilon_i - \mu)} + \dots) = \prod_i (1 - e^{-\beta(\epsilon_i - \mu)})^{-1} & \text{Bose粒子} \end{cases}$$

粒子数の統計平均

$$\langle N \rangle = \sum_{\{n_i\}} N_{\{n_i\}} p_{\{n_i\}} = \sum_{\{n_i\}} N e^{-\beta(E - \mu N)} / Z = \frac{1}{\beta} \frac{d}{d\mu} \log Z$$

$$= -\frac{1}{\beta} \sum_i \frac{d}{d\epsilon_i} \log Z = \sum_i \langle n_i \rangle$$

$$\langle n_i \rangle = -\frac{1}{\beta} \frac{d}{d\epsilon_i} \log(1 \pm e^{-\beta(\epsilon_i - \mu)})^{\pm 1} = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_i - \mu)} \pm 1}$$

Fermi粒子  
Bose粒子

# 古典統計から量子統計へ

Fermi-Dirac 分布 状態  $i$  を占有できる粒子数  $0, 1$  Pauli の排他律

Fermion: 電子(electron), 中性子(neutron)

Boltzmann分布

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_i - \mu)} + 1} \rightarrow e^{-\beta(\epsilon_i - \mu)}$$

古典極限  $e^{\beta(\epsilon_i - \mu)} \gg 1$

Bose-Einstein 分布 状態  $i$  を占有できる粒子数  $0, 1, 2, 3, \dots$

Boson: 光子 (photon) 音波 (phonon)

Boltzmann分布

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_i - \mu)} - 1} \rightarrow e^{-\beta(\epsilon_i - \mu)}$$

古典極限  $e^{\beta(\epsilon_i - \mu)} \gg 1$

## まとめ

Google

初貝 研究室

- 物理学とはなにか
- 物理学における対称性
- 物質の相と対称性の破れ
- 自発的対称性の破れ
- 量子統計とは