

— 力学 A :試験問題 — 2011. 6.28 (12:15—13:30) 初貝

(必要な記号等は授業で用いた慣用にしたがって適宜解釈せよ。自筆のノートのみ持ち込み可とするが記述は 完全に論理的に整合的 な場合のみ点を与える。)

I. 質点の力学に関する以下の問いに答えよ。

- I.1 質点の力学の意義を普遍性と多様性の観点から記述せよ。
- I.2 質点の世界線とはなにか、1次元の運動を例にとって述べよ。
- I.3 座標変換の意義をニュートンの運動方程式について説明せよ。
- I.4 ベクトルとスカラーの違いについて説明せよ。
- I.5 日常生活での鳥の羽とボールの自由落下運動ではボールの方が短時間で落下するが、この事実をふまえて、ガリレオ・ガリレイによる自由落下の法則についてその意義を含めて説明せよ。

II. 3次元の質点の運動について考えよう。ただし、質量は m とし、時刻 t において質点に働く力を $\mathbf{F}(t)$ この時刻の質点の位置ベクトルを $\mathbf{r}(t)$ とせよ。(ある座標系での表示)

- II.1 単位時間あたりの運動エネルギー変化と力が質点にする仕事率の関係を丁寧に導け。
- II.2 保存力とはなにか
- II.3 摩擦力が保存力でないことを説明せよ。
- II.4 保存力に対する力学的エネルギー保存則を導け。
- II.5 ポテンシャル $V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}k(\mathbf{r} - \mathbf{a})^2$ による力はどうのような力か。(k, \mathbf{a} はある定数)
- II.6 ポテンシャル $V(\mathbf{r}) = -\frac{k}{|\mathbf{r} - \mathbf{a}|}$ による力を求めよ。(k, \mathbf{a} はある定数)
- II.7 力積とはなにか

II.8 力積と運動量の関係を運動方程式から導け。

II.9 角運動量とはなにか

II.10 角運動量の運動方程式を導け。

II.11 中心力とはなにか

II.12 中心力による運動においては角運動量が運動の定数であることを示せ。

III. 質量 m の質点が、その座標を x として復元力 $-kx$ の下で、1次元の振動をしている。

III.1 抵抗力も復元力以外の外力も存在しないとき、質点の運動方程式を書き、振動の周期 T を求めよ。

III.2 この系に速度に比例する抵抗力 $-\xi v$ が働くときの運動を考える。

III.2-1 抵抗が十分小さいときと大きいときそれぞれの運動を定性的に説明せよ。(計算不要)

III.2-2 この系に周期的な外力が加えた。十分時間が経過した後の運動を定性的に説明せよ。(計算不要)

IV 水平面上に x - y 軸をとってその地点での地表の高さを $h(x, y)$ とする。

IV.1 $h(x + \delta x, y + \delta y)$ を $\delta x, \delta y$ について最低次まで展開せよ。

IV.2 ある点 $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ での傾斜が最も急な 2次元の方向 $\mathbf{n} = \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \end{pmatrix}$ は

$$\mathbf{n} \propto \left. \nabla h \right|_{\mathbf{r}}$$

となることを示せ。なお $\nabla h = \begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial x} \\ \frac{\partial h}{\partial y} \end{pmatrix}$ である。

IV.3 同様にある点での等高線方向に \mathbf{n} をとったとき、 ∇h との関係調べ ∇h と等高線との幾何学的な関係を述べよ。