5/2 力学Aレポート

#20110845
景崎 大吾

I.1 質点 ： 質量を唯一の個性としてもつもの

I.2 世界の多様なものを質量のみによって個性づけることで、電車、自転車、人などの運動を質点の運動ととらえ、普遍的性質を見つけること。

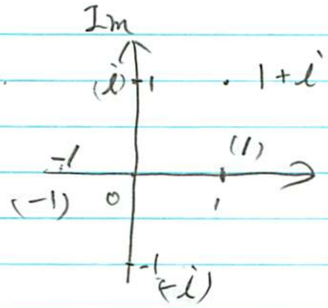
I.3 普遍性は Newton 方程式のようにある階層での統一的な理解、法則を得ることができ、多様性は生物など、個体についての学問において、より多くのデータやディテールを得ることができる。

I.4 量子力学のある極限が Newton 力学となるとはいっても、電車の運動は Newton 力学で十分正確に記述できる。ゆえに、量子力学を適用するメリットがなく、不適。

II.1 $1 = \cos 0 + i\sin 0$, $i = \cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}$, $1+i = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

$-1 = \cos\pi + i\sin\pi$, $-i = \cos\frac{3}{2}\pi + i\sin\frac{3}{2}\pi$

II.2



II.3 $e^0 = 1$, $e^{i\pi} = -1$, $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$, $e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i$

$$e^{1-i\frac{2}{3}\pi} = e\left(\cos\frac{2}{3}\pi - i\sin\frac{2}{3}\pi\right)$$
$$= \frac{e}{2}\left(-1 - \sqrt{3}i\right) = -\frac{e}{2}\left(1+\sqrt{3}i\right)$$

II.4
$$(1+i)^{1000}$$
$$= (\sqrt{2})^{1000}\left(\cos\frac{1000}{4}\pi + i\sin\frac{1000}{4}\pi\right)$$
$$= 2^{500}\left(\cos 250\pi + i\sin 250\pi\right)$$
$$= \underline{2^{500}} /\!/$$

$$(1+i\sqrt{3})^{1000}$$
$$= 2^{1000}\left(\cos\frac{1000}{3}\pi + i\sin\frac{1000}{3}\pi\right)$$
$$= 2^{1000}\cdot\left(\cos\frac{4}{3}\pi + i\sin\frac{4}{3}\pi\right)$$
$$= 2^{999}\left(-1 - \sqrt{3}i\right)$$

No.

Date

II.5

$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta, \quad e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta$

$$\begin{cases} \sin\theta = \dfrac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} \\ \cos\theta = \dfrac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} \\ \tan\theta = \dfrac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{i(e^{i\theta} + e^{-i\theta})} \end{cases}$$

II.6

$$\cos(\alpha+\beta) = \frac{e^{i(\alpha+\beta)} + e^{-i(\alpha+\beta)}}{2} = \frac{e^{i\alpha}\cdot e^{i\beta} + e^{-i\alpha}\cdot e^{-i\beta}}{2} = \underline{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta}$$

$(\because$ (※) $\begin{cases} e^{i\alpha}\cdot e^{i\beta} = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta + i(\cos\alpha\sin\beta + \cos\beta\sin\alpha) \\ e^{-i\alpha}\cdot e^{-i\beta} = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta - i(\cos\alpha\sin\beta + \cos\beta\sin\alpha) \end{cases}$ より

$$\sin(\alpha+\beta) = \frac{e^{i(\alpha+\beta)} - e^{-i(\alpha+\beta)}}{2i} = \frac{e^{i\alpha}\cdot e^{i\beta} - e^{-i\alpha}\cdot e^{-i\beta}}{2i} = \underline{\cos\alpha\sin\beta + \cos\beta\sin\alpha}$$

$(\because$ ※より$)$

II.7

e^z について $z \to z + 2\pi i$ とすると

$$e^{(z+2\pi i)} = e^z e^{2\pi i} = e^z(\cos 2\pi + i\sin 2\pi) = e^z$$

$\therefore$ e^zは周期 $2\pi i$ の周期関数。

II.8. II.7より e^zは周期$2\pi i$の周期関数なので

$e^z = 1$ となる解を1つ見つけると $z = 0$

$\therefore \underline{z = 2\pi i n}$ $(n = 0, 1, 2, \cdots)$

III.1

$\ddot{x}=0$ の特解 $x=x_1(t)$, $x=x_2(t)$ が存在したとき、
C_1, C_2 を定数として
$x=C_1x_1(t)+C_2x_2(t)$ も $\ddot{x}=0$ をみたすこと。

III.2 成立する

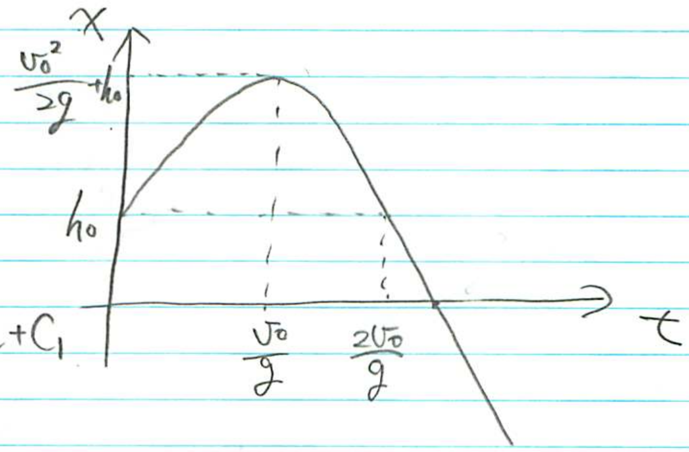
III.1より $\ddot{x}=0$ が線形微分方程式ならば
特解 x_1, x_2 が存在し、x_1+x_2 も $\ddot{x}=0$ の
解であるので、重ね合わせの原理が成立する。

III.3

$m\ddot{x}=-mg$

$\ddot{x}=-g$

$$\therefore \begin{cases} \dot{x}(t)=-gt+C_0 \\ x(t)=-\frac{1}{2}gt^2+C_0t+C_1 \end{cases}$$



$\dot{x}(0)=C_0=v_0$

$x(0)=C_1=h_0$

$\therefore\ x(t)=-\frac{1}{2}gt^2+v_0t+h_0$

III.4 右のように座標軸をとれば（$x>0$の時）

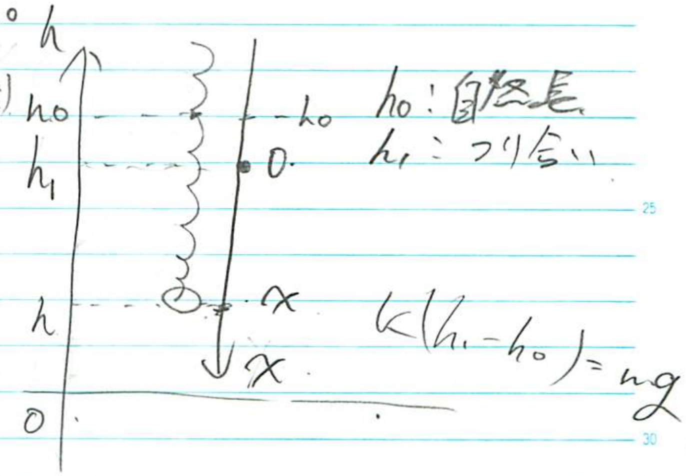
$m\ddot{x}=-kx$

$$\begin{cases} x=h_1-h \\ h_0-h_1=\frac{mg}{k} \end{cases}$$

$\therefore\ -m\ddot{h}=-k(h_0-\frac{mg}{k}-h)$

$\therefore\ m\ddot{h}=kh+C_0$

$(C_0=mg-kh_0)$



III.5 $m\ddot{x}-kx=0$

$\ddot{x}-\frac{k}{m}x=0$ …(*) $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ とすれば

(*)の一般解は $x=A\cos\omega t+B\sin\omega t$ （A, Bは任意定数）

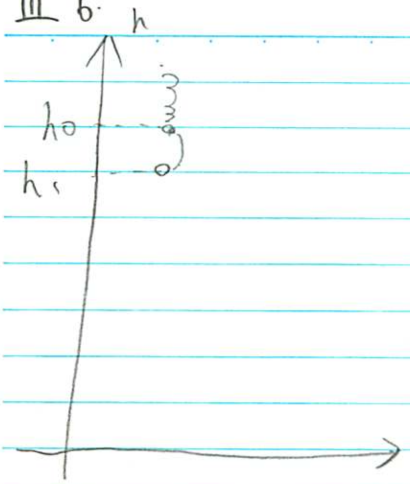
xをhに置換 $x=h_0-\frac{mg}{k}-h$

$\therefore\ h=A'\cos\omega t+B'\sin\omega t+h_0-\frac{mg}{k}$ （A', B'は任意定数）

No.

Date

III 6.



$$h(t) = A'\cos\omega t + B'\sin\omega t + h_0 - \frac{mg}{k}$$

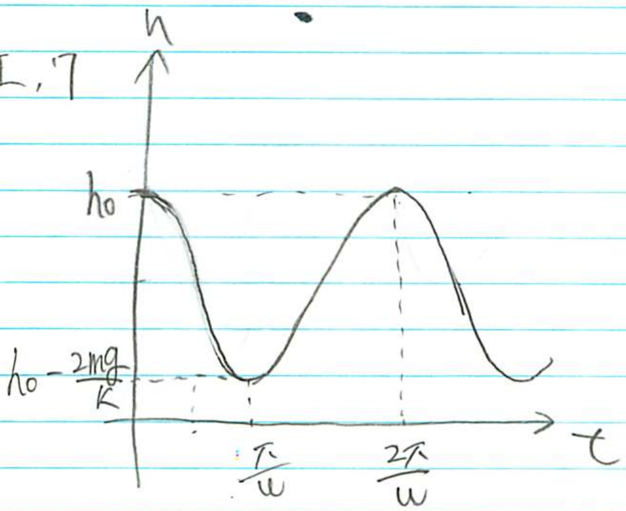
$$h(0) = h_0 \quad \therefore\ A' = \frac{mg}{k}$$

$$h'(t) = -A'\omega\sin\omega t + B'\omega\cos\omega t.$$

$$h'(0) = 0 \quad \therefore\ B' = 0$$

$$\therefore\ h(t) = \frac{mg}{k}\cos\omega t + h_0 - \frac{mg}{k}$$

III, 7



III, 8

$$h(0) = h_0 \quad \therefore\ A' = \frac{mg}{k}$$

$$h'(0) = v_0 \quad \therefore\ B'\omega = v_0.$$
$$B' = \frac{v_0}{\omega}.$$

$$h(t) = \frac{mg}{k}\cos\omega t + \frac{v_0}{\omega}\sin\omega t + h_0 - \frac{mg}{k}.$$
$$= \frac{\sqrt{g^2+v_0^2}}{\omega}\sin(\omega t + \alpha) + h_0 - \frac{mg}{k}.$$

$$\left(\sin\alpha = \frac{g}{\sqrt{g^2+v_0^2}} \quad \cos\alpha = \frac{v_0}{\sqrt{g^2+v_0^2}} \right)$$