2011/04/19 (火) 3限

力学A 講議 レポート

物理学類 1年
201110870 谷川 大貴

質点の力学の意義

自然界にある多種多様なものを統一的な理解をし、記述する。
そこから、普遍性を見出すこと。

☆ 質点の運動の記述

↳ 運動を定める

・1次元の運動（棒の上のみ移動できる人の世界）

位置x：質点の位置座標、を指定
・時刻tに質点がある　ということを考える

$$t \mapsto x = x(t)$$

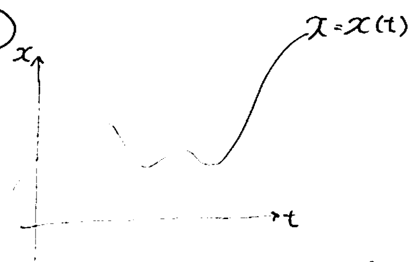
写像　関数

◎ 1次元の運動において、時刻tごとの場所xを定める関数 $x(t)$ を定める

⇒ 運動が定まる

関数 $x = x(t)$ を定める
⇕
関数のグラフが定まる

例



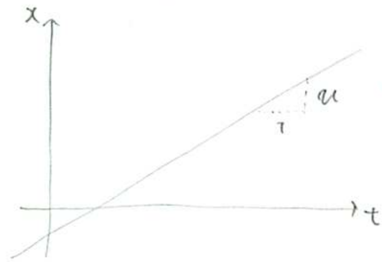
・曲線：質点の世界線（world line）
（2次元の中の曲線）
空間＋時間　$x-t$グラフ

[質点の運動の関数を定める]

例1. 静止した質点

($x = x_0$ に静止)

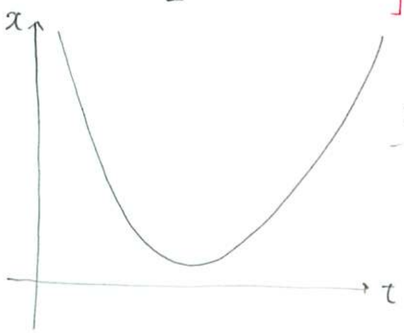
例2、等速度運動 (速度v)



傾きvの直線

例3、等加速度運動

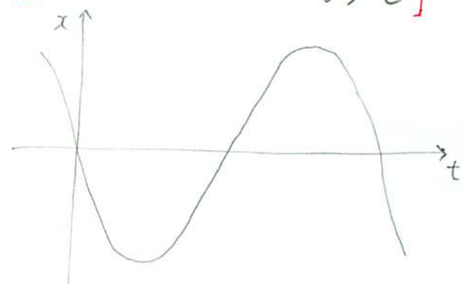
[$x = x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$] ($a$: 加速度　v_0: 初速度)



放物線になる

例4. 単振動

[$x = x(t) = A\cos(\omega t + \theta_0) + C$]



・運動の記述

→ 運動の記録をし、データを集め、そこから帰納的に法則を導く

☆ 運動の法則

・質点の運動は、次のNewton方程式に従う

Newtonの運動方程式

$F = ma$ (m: 質量[質点の個性、質点を特徴づける]
a: 加速度[運動の様子]
F: 力　[情況の設定])

⇒ Universality

= 実験事実を積み重ねて導びかれたものであるため、証明できない。

・Fをいろいろにとれば、すべての質点の運動がこの法則を満たす。

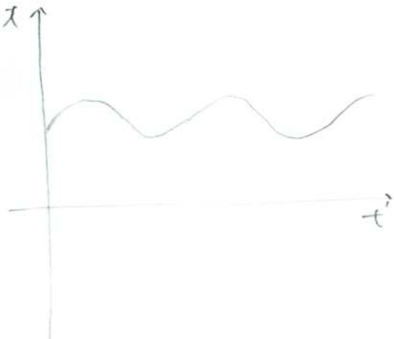
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$= \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}x(t)$$ [x−t グラフの グラフの傾き] ⇒ v:速度

$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}x(t)$

関数 $x = x(t)$ を t で微分

($\frac{d}{dt}x(t) = x'(t) = \dot{x}(t)$ と書くことが多い)

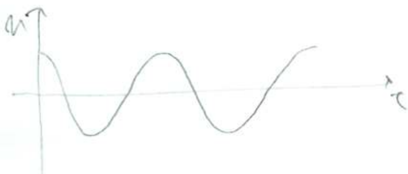


$v(t) = \dot{x}(t)$

時刻 t での加速度

$$\boxed{\frac{d}{dt}v(t) = a(t)}$$

$$= \dot{v} = (\dot{x})^{\cdot} = \ddot{x}$$



$x = x(t)$

$v = v(t) = \dot{x}(t)$

$a = a(t) = \ddot{x}(t)$

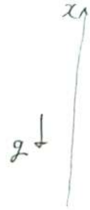
Newton eq.

$$\boxed{F(t) = ma(t) = m\ddot{x}(t)}$$

(例1) 自由な質点
└ 力がはたらかないこと ($F=0$)

$$0=m\ddot{x}$$

(例2) 一様重力下の運動



$F=m\ddot{x}=ma$

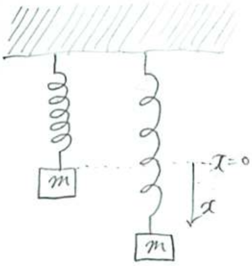
F : 下向き

$F=-mg$　g : 一定

$a=-g$ (一定)

→ 質量によらない

(例3) バネの振動



$-kx=ma=m\ddot{x}$

k : バネ定数

◎ 運動の法則は物体の運動を予言できるか?

$$F=ma=m\ddot{x}$$

(既知)

⇒ 既知の値があれば予言できる

$\boxed{\text{Newton eq}}$

$x=x(t)$ が不明だとする

$F=m\ddot{x}$

$x=x(t)$ を導出したい

$x=x(t)$ に対する方程式を解く
(微分を含む)

$\boxed{F=m\ddot{x}}$: 未知関数 $x=x(t)$ に対する微分を含む方程式を**微分方程式**という。

(例 ① $0=m\ddot{x}$　② $-g=\ddot{x}$　③ $-kx=m\ddot{x}$)

$t\longmapsto x=x(t)$

t : 独立変数

[独立変数 1コ : 常微分方程式
n 回微分を含むもの : n 階の微分方程式]

(Newton eq は 2階の常微分方程式である)