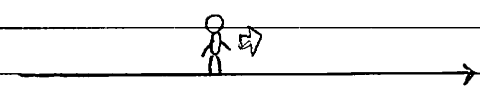
物理学類　201110858　佐々木 さゆり

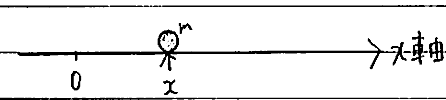
質点の力学の意義：普遍的な性質（普遍性，universal）を見出す
共通の（運動に関する）性質を見出す

☆（質点の）運動の記述
—— ビデオなどの映像として記録する

1次元の運動（私たちがいるのは3次元：タテ・ヨコ・高さ）

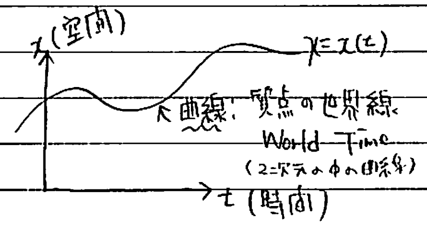


棒の上のみ移動できる人の世界
1次元（カーボンナノチューブ）
(1, 2, 3, …, d次元)



x：質点の位置座標を指示
時刻tにxの位置に質点がある。

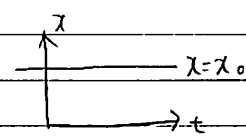
$t \longmapsto x = x(t)$ 関数（写像）



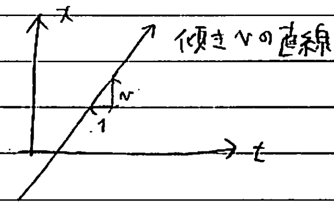
時刻tごとの場所 $x=x(t)$ を定める時間の関数が定まれば運動が定まる。

関数 $x=x(t)$ を定める ⇔ 関数のグラフが定まる

例　① 静止した質点　$x=x_0$ に静止

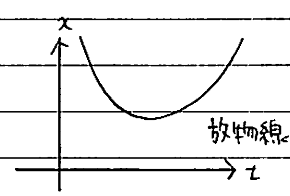


② 等速度運動（速度v）



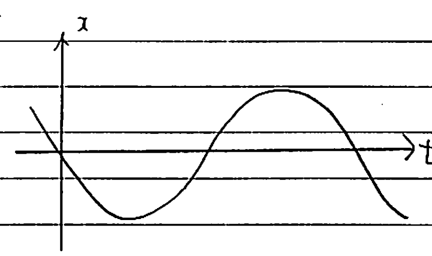
③ 等加速度運動

$x=x(t)=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$



④ 単振動

$x=x(t)=A\cos(\omega t+\theta_0)+C$



20110858 佐々木 さゆり

★運動の法則

Newton方程式に従う運動方程式

質点の運動は次のNewton方程式に従う。

$\boxed{F = ma}$ (m: 質量　質点の個性　質点を特徴づける)

(a: 加速度　運動の様子)

(F: 力　状況の設定)

Fを様々な値にとれば、すべての質点の運動がこの法則を満たす。

この方程式は、実験事実を積み重ねて導かれたもの。(だから証明できない…。)

速度(グラフの傾き): $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$　$\Delta t \to 0$

$= \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}x(t)$　関数 $x = x(t)$ のtでの微分

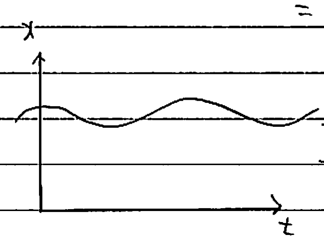
$= x'(t) = \dot{x}(t)$

←このように書くことが多い。

⇒ つまり $v(t) = \dot{x}(t)$

加速度: $a = a(t) \equiv \frac{d}{dt}v(t)$　時刻tでの加速度

$= \dot{v}(t) = (\dot{\dot{x}}) = \ddot{x}$



$x = x(t)$

$\to v = v(t) = \dot{x}(t)$

$\to a = a(t) = \ddot{x}(t)$

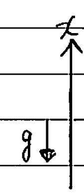
Newton eq.

$F(t) = m\,a(t) = m\ddot{x}(t)$

例　① 自由な質点

←力が働かないこと　$F = 0$　$0 = m\ddot{x}$

② 一様重力下の運動 (falling apple)



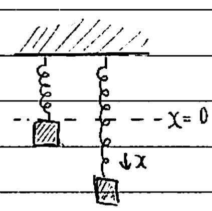
$F = m\ddot{x}$　F: 下向き $\propto m$ (by ガリレオ・ガリレイ)

$F = -mg$　g: 一定　$a = -g = $ 一定 (このときの加速度は質量によらない)

③ バネの振動

$-kx = ma = m\ddot{x}$

k: バネ定数



20110858 佐々木さゆり

$F = ma = m\ddot{x}$ (Fは既知)

(実験する前は)

Newton eq. $\qquad$ $x = x(t)$ は不明

$F = m\ddot{x}$ → $x = x(t)$ を導出したい…。

$x = x(t)$ に対する方程式(微分を含む)

$F = m\ddot{x}$：未知関数, $x = x(t)$ に対する微分を含む方程式

⇒ 微分方程式 という。 $\qquad$ t：独立変数 $\quad t \mapsto x = x(t)$

独立変数1つ：常微分方程式

例

① $0 = m\ddot{x}$

② $-g = \ddot{x}$

③ $-kx = m\ddot{x}$

微分方程式

n回微分を含む式：n階の微分方程式：常微分方程式

Newton eq. は 2階の常微分方程式