学籍番号 201110889 名前 八木 俊輔

力学A　第1回レポート

§ 力学（質点の力学）

質点とは、
- ・質量はあるが、大きさがないもの。　つまり点。
- ・現実世界には存在しない

けしゴム、ボール、自転車
石、原子、電子、素粒子
地球、太陽、宇宙
自然にある多種多様なもの

不必要な個性を捨てる。
（性質、特徴）

情報の縮約 → 質点と考えることができる
m：質量（唯一の個性）

$\boxed{\text{制限}}$ ある情況で
- 適切な時間スケールで
- 空間スケールで

$\boxed{\text{多種多様な"もの" → 質点}}$ と考える

⇒ 統一的な理解、記述　これこそが質点の力学
普遍性：universality

Newton力学　$F = m \cdot a$
力　質量　加速度

※普遍的な論理ではあるが、近似的な論理ではない。

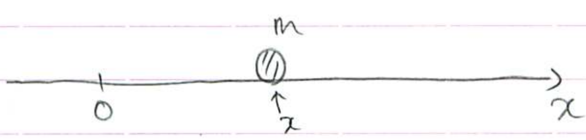
☆ 運動の記述 → ビデオに撮る

1次元の運動　3次元（タテ、ヨコ、高さ）

棒の上のみ移動できる人の世界

1次元系（カーボンナノチューブ）　1, 2, 3, ……　d次元

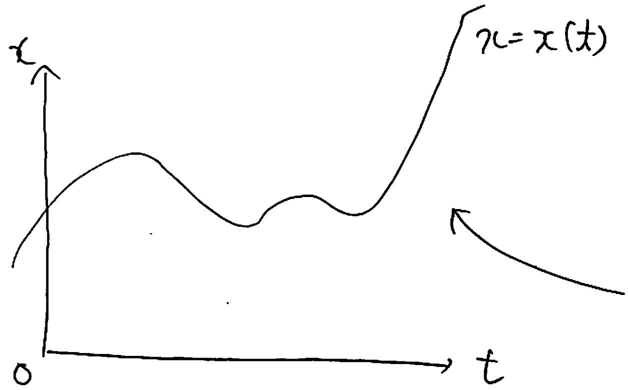
x：質点の位置座標を指定



時刻tにxに質点がある

$t \xrightarrow{\text{関数}} x = x(t)$

時刻tごとの場所$x=x(t)$を定める時刻の関数が定まれば運動が定まる.



関数$x=x(t)$を定める.

⇕

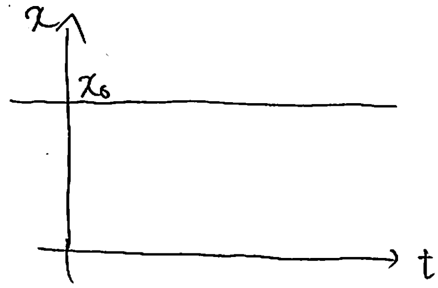
関数のグラフが定まる.

曲線: 質点の世界線 world line

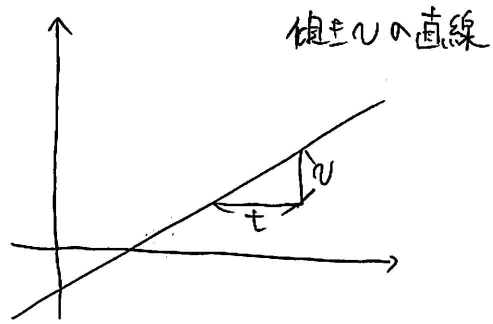
1+1=2次元の中の曲線

空間 時間

例 ① 静止した質点 $x=x_0$に静止

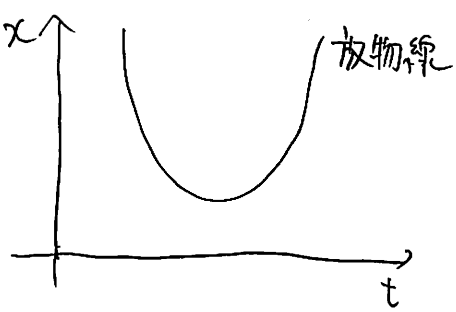


② 等速度運動(速度v)



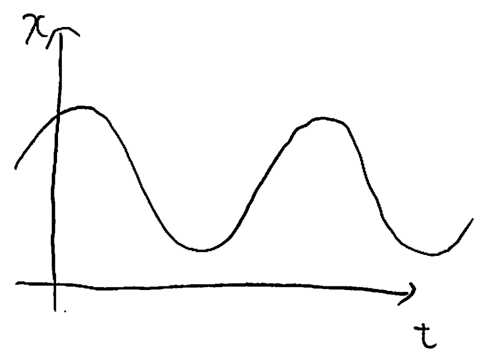
③ 等加速度運動

$x = x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$



④ 単振動

$x = x(t) = A\cos(\omega t + \theta_0) + C$



☆ 運動の法則
　Newton方程式に従う
　運動方程式

質点の運動は次のNewton方程式に従う

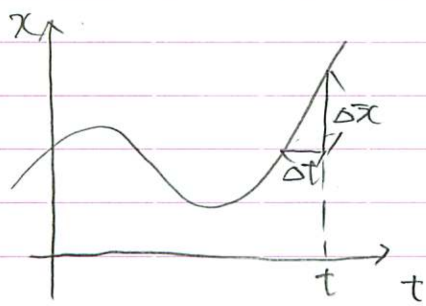
$F = m \cdot a$　　　m：質量　質点の個性　質点を特徴づける
　　　　　　　　　a：加速度　運動の様子
　　　　　　　　　F：力（情況の設定）

Fを色々とることで、すべての質点の運動がこの法則を満たす

実験事実を積み重ねて導かれたもの（証明はできない）

$\boxed{F = m \cdot a}$　　universality
　a：加速度　v：速度

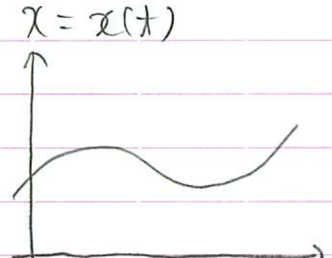
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}\Big|_{\Delta t \to 0}$$
$$= \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}x(t)$$



$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}x(t)$$

関数 $x = x(t)$ の t での微分

$x = x(t)$



$v = v(t)$

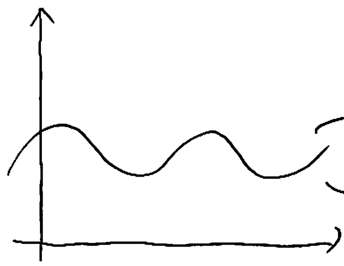
$\frac{d}{dt}x(t) = x'(t) = \dot{x}(t)$ と書くことが多い

$v(t) = \dot{x}(t)$

$a = a(t) = \frac{d}{dt}v(t)$　時刻tでの加速度

←
向に 定義

$= \dot{v} = (\dot{x})^{\cdot} = \ddot{x}$



$\rightarrow v = v(t) = \dot{x}(t)$

$\rightarrow a = a(t) = \ddot{x}(t)$

Newton eq

$$F = m\,a(t) = m\ddot{x}(t)$$

例 ① 自由な質点

力が働かないこと $F=0$

$$0 = m\ddot{x}$$

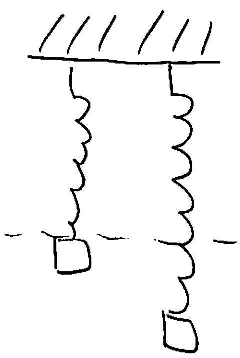
② 一様な重力下の運動 (falling apple)

$F = m\ddot{x}$

$F_{\text{下向き}} \propto m$ (ガリレオガリレイ)

$F = -mg$ g: 一定 $a = -g$ (const.) 質量によらない

③ バネの振動



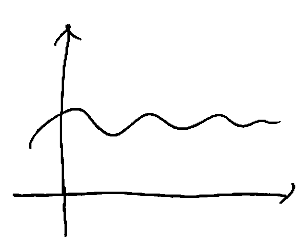
$-kx = ma = m\ddot{x}$

k: バネ定数

予言?

既知.

$$F = ma = m\ddot{x}$$



? 世界線?

201110889 八木 俊輔

/ 4 / 21 　 3 / 3

Newton eq $x = x(t)$ 不明

$F = m\ddot{x} \longrightarrow x = x(t)$ を導出したい

$x = x(t)$ に対する方程式（微分も含む）

$F = m\ddot{x}$ ： 未知関数 $x = x(t)$ に対する微分を含む方程式

微分方程式

例 ① $a = m\ddot{x}$ 　 ② $-kx = m\ddot{x}$ 　 ③ $-g = \ddot{x}$ ← 微分方程式

t : 独立関数

$t \longmapsto x = x(t)$

独立変数 1つ ： 単微分方程式

n回微分を含むもの ： n階の微分方程式

Newton eq 　 2階の常微分方程式