

## フラストレート系でのベリー位相と分数化

筑波大学大学院数理物質科学研究科物理学系 初貝 安弘

量子的なフラストレート系ではスピンシングレットが重要な構成要素となります。しかしシングレット対はスピンゼロ、つまりスピンをもたないので磁気的な実験では直接には決して観測できません。しかし量子化した  $Z_2$  ベリー位相をある種の「電荷」として運びますので、これを「みる」ことで「ないものを直接見る」ことができます。

### フラストレーションと量子効果

フラストレーションとはエネルギー的に安定なスピン構造を矢印のパターンとして描けないこと、つまり局所安定構造が一つにきまらないことですので、極限的に強くフラストレートした系では矢印のパターンで表現できるような古典的な秩序は存在しません。

ところが量子系ではスピンは矢印としては表現できませんからフラストレーションと両立するエネルギー的に安定な状態も原理的には存在可能となります。つまり量子効果は強いフラストレーションでさえ完全に解消する可能性を持ちます。量子スピン間のシングレット形成には「フラストレーションは必ずしも破壊的に働かないこと」がその典型例です。

### フラストレーションと量子液体

120 度構造、反強磁性、スパイラル構造など何らかの局所的な磁気パターン（秩序）形成が物理系に固有の連続対称性（ハミルトニアンの連続対称性）の自発的破れとして実現するとき、その秩序パターンを空間的に無限にゆっくりと変化させることに伴うゆがみは無窮小の励起に対応し、ギャップレスの励起をもたらします。逆にフラストレート極限のような局所秩序の非存在は励起にエネルギーギャップがあることを示唆します。（あくまで逆で、対偶ではありません。）

そこで秩序を持たない量子状態を量子液体と呼べば、ギャップのある系は典型的かつ自然な量子液体のクラスをつくることとなります。勿論ギャップレスの量子液体も原理的には可能ですが、ギャップレスの励起もしくは系の生のパラメータからみて極めて低エネルギーの励起の存在を保証する物理的機構が必要はずです。（スピノン等の実効的フェルミ粒子のフェルミ面とか・・・難しい！）

少々短絡的であることを認め、なお誤解を恐れずにあえて述べれば、量子効果がフラストレーションを解消するとき、励起にギャップをもつスピン液体相が量子液体相として実現することは一つの自然なシナリオです。

### スピン液体と量子もつれ

このスピン液体の典型例が VBS (Valence Bond Solid) 状態です。”Solid”ですが古典的な秩序を持たないので液体と表現します。この状態は局所的なシングレット対から構成されますが、スピンはゼロですので外部磁場には応答しません。シングレット対は簡単な状態ではありませんが、極めて量子力学的な状態です。一方で近年よく話題になる量子情報物理での「量子もつれ」とはシングレット対がその典型例であることは磁性を専門とする方には自明なことと思います。この量子もつれとは「局所的な演算子を対角化する基底  $(|\uparrow\downarrow\rangle$  や  $|\downarrow\uparrow\rangle$  のような古典状態) 単体では状

態が表現できないこと)を意味します。このように考えれば、「量子もつれを持つ局所量子状態から構成された多粒子状態」が一般の量子液体、スピン液体の定義であり、量子もつれで特徴づけられる局所的な量子状態こそがその基本構成要素(ある種の基本粒子)であることとなります。

## 量子もつれとベリー一位相、分数化<sup>1,2</sup>

前節までの議論から量子液体の理解のためには絵に描けるような古典的描像を捨て局所的な量子状態を秩序変数のかわりに使えばよいこととなります。この局所的な量子状態を特徴づけるには上述の量子もつれを用います。量子もつれは古典的状態の重ね合わせにより構成されますのでその相対位相を変化させることを考え、それに対する系の応答から量子もつれの様子を捉えることとします。具体的なハイゼンベルグ磁性体の場合にはある場所の交換相互作用のみを局所的に次のように変更します。(スピンのフリップに位相をつけます)

$$S_1 \cdot S_2 \rightarrow (e^{i\theta} S_1^+ \cdot S_2^- + e^{-i\theta} S_1^- \cdot S_2^+) / 2 + S_1^z \cdot S_2^z$$

この項は次のような Dzyaloshinskii-守谷相互作用を含む次の形にも表せます。

$$S_1^z S_2^z + (S_1^x S_2^x + S_1^y S_2^y) \cos \theta + (S_1 \times S_2) \cdot \vec{z} \sin \theta$$

特定の相互作用(リンク)にのみプローブとしての摂動をかけてその応答を見ようというわけです。ただ相手が量子状態そのものですので観測量としては量子力学の講義で教えるような「エルミート演算子の期待値」ではなく、ある種の局所的なひねり角  $\theta$  を断熱的

に変化させることに伴う量子干渉効果であるベリー一位相を観測量とします。このベリー一位相は系が時間反転 ( $S_i \rightarrow -S_i$ ) に対して不変であれば、0 か  $\pi$  の 2 通りの値に必ず量子化します ( $Z_2$  ベリー一位相)。この  $Z_2$  ベリー一位相をもってフラストレート磁性体の量子的な局所秩序変数とするのです[1]。

この量子もつれはトポロジカル秩序相、量子秩序相におけるエッジ状態、分数化 (fractionalization) とも直接関係します。局所的な量子もつれにより特徴づけられるバルクの量子液体状態は  $Z_2$  ベリー一位相により特徴づけられますが、断熱過程を用いて  $Z_2$  ベリー一位相を直接実験的に観測することは容易ではないと思われます。しかし系に不純物もしくは境界等が存在しトポロジカルな摂動が加わると特徴的な局在スピン等のエッジ状態とよばれる局在状態が生成します。これらは容易に観測可能と思われます。これはスピンのシングレット対の片割れがスピン 1/2 の実効的局在量子状態として現れることであり分数化と称されることもあります。トポロジカルな摂動が存在するとバルクには特徴のない量子液体状態が一転して特徴的で固有のエッジ状態を持つのです。これは「バルク-エッジ対応」とよぶ量子液体相の特徴的な性質で、逆にこの「バルク-エッジ対応」に従う量子液体相を「トポロジカル絶縁体」とよぶこともあります。つまり局所的なシングレット対からなるフラストレートした量子磁性体は「トポロジカル絶縁体」と考えられるわけです。

### 参考文献

- [1] Y. Hatsugai, JPSJ 75 123601 (2006)  
 [2] T. Hirano, H. Katsura, and Y. Hatsugai, Phys. Rev. B 77, 094431 (2008), I. Maruyama, T. Hirano, Y. Hatsugai, arXiv:0806.4416, to appear in Phys. Rev. B, arXiv:0807.2896, M. Arikawa, S. Tanaya, I. Maruyama and Y. Hatsugai, arXiv:0812.3445



初貝 安弘

筑波大学大学院数理物質科学研究科物理学系