

# 量子論と凝縮系物理学

筑波大学大学院数理物質科学研究科 物理学系 初貝 安弘<sup>1</sup>

はじめに：

現代の物理学は量子力学にすべての基礎をおいています。超伝導、超流動、量子ホール効果、レーザー、そして冷却原子のボーズ凝縮など、近年、次々に発見される新しい物理現象はその多くが物質における量子効果が直接的に現れたものです。これら 物質におけるの種々多様な現象を普遍的な観点から理解する学問を「凝縮系物理学」(Condensed Matter Physics) とよびます。今後の 21、22 世紀の現代(未来)社会においては、古典論にとどまらない量子論的認識に基づく凝縮系物理学が主要な役割を果たすことは間違いありません。例えば、近年興味を集めている量子計算機を実現するためには物質中でのどんな量子現象をいかに利用するかがキーポイントとなります。また、いわゆるナノワールドにおける量子論の重要性についてはいうまでもないでしょう。

この講義では凝縮系物理学が対象とする特異な量子現象のいくつかを紹介します。その際、物質の種々の形態の違いを理解するための概念である(物質)「相」について説明します。この「相」の概念は古典的な物理学においても重要ですが特に近年では量子的な「相」が物質相の理解において非常に重要であることがわかってきました。量子的な物質相においては物質の波動としての干渉効果が重要な意義をもつのです。この講義ではその基本的な概念として量子的世界観の基礎をつくる物質の波動性と粒子性の意味を簡単に説明したいと思います。

そのやや詳しい説明は補足としますので、興味を持った方は各自勉強していただければと思います。もちろん質問はいつでも歓迎いたします。

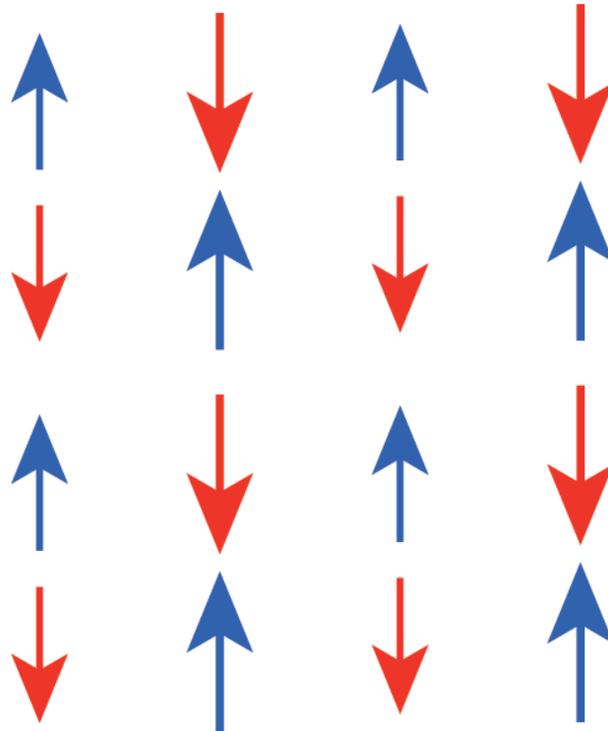
---

<sup>1</sup>hatsugai@sakura.cc.tsukuba.ac.jp, tel. 029-853-4204

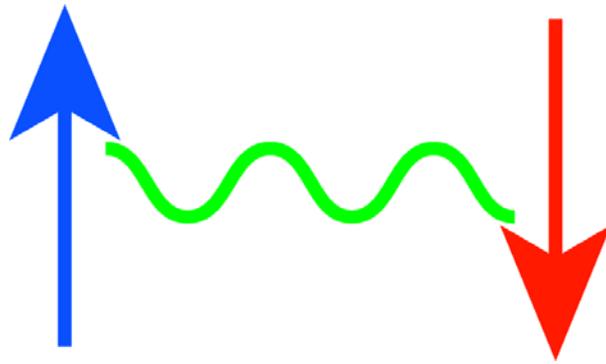
## 1 量子論的な凝縮系物理学

現代の凝縮系物理学が取り扱う興味深いそして不思議な現象を幾つか、その特徴とともに列挙してみましょう。講義ではその幾つかについてもう少し詳しくご説明したいと思います。

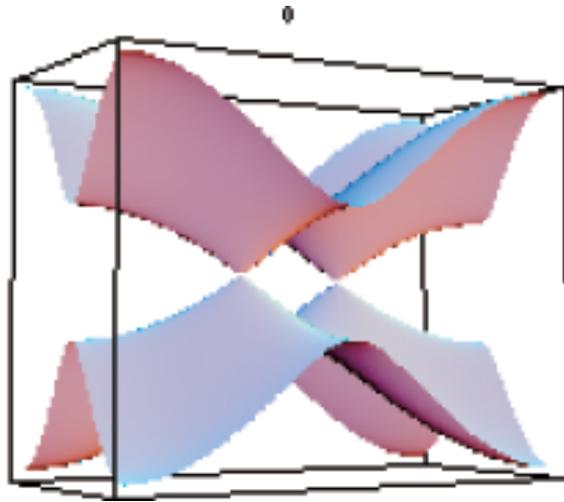
- 強磁性体 (Ferromagnetism) : Curie, Weiss, Neel



- 微小磁石としてのスピン
- 電子の量子力学的内部自由度としてのスピン
- 対称性の破れ : 自発的に磁石が向いている方向が選択される。



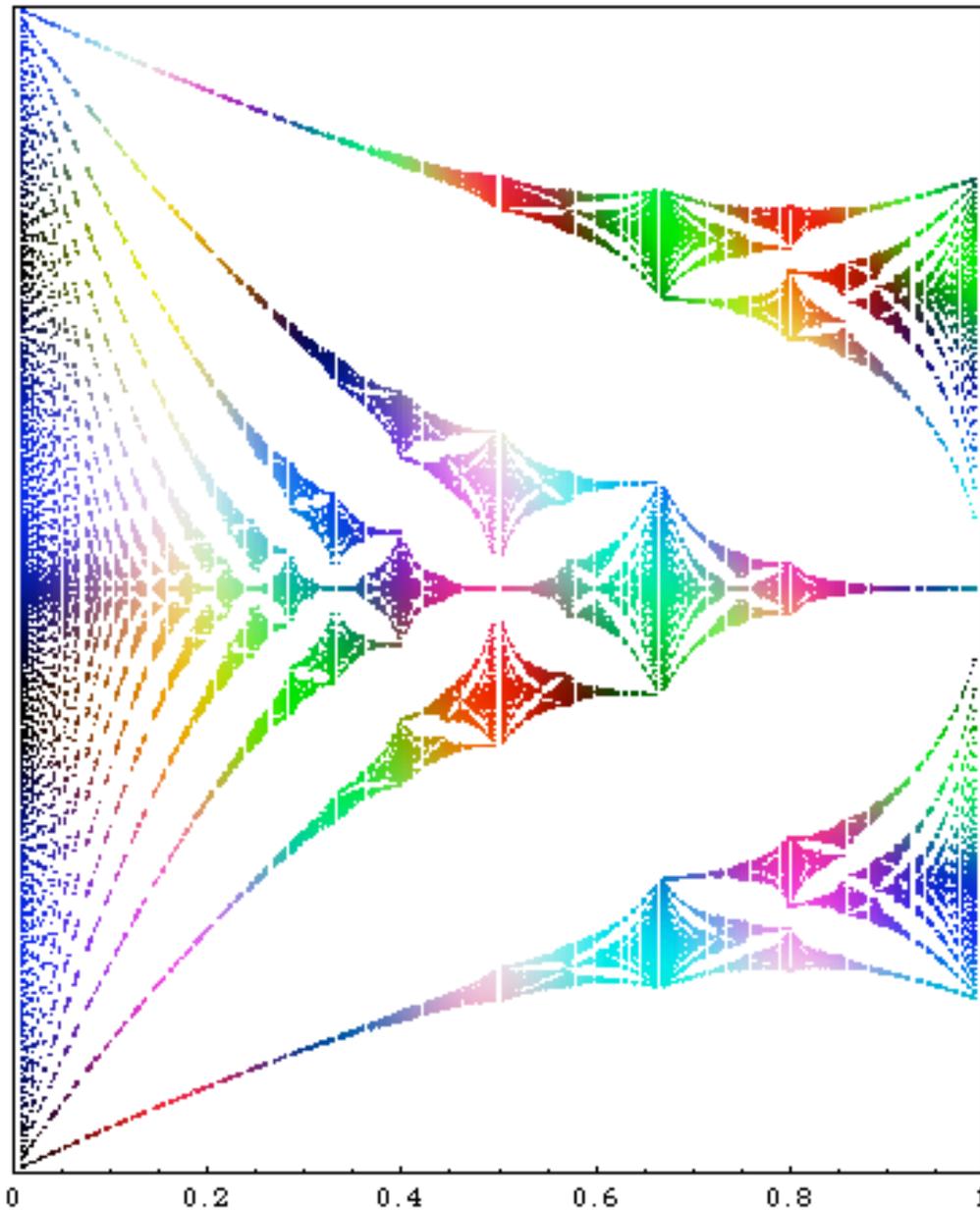
## Cooper Pair



### 高温超伝導体のエネルギー分散

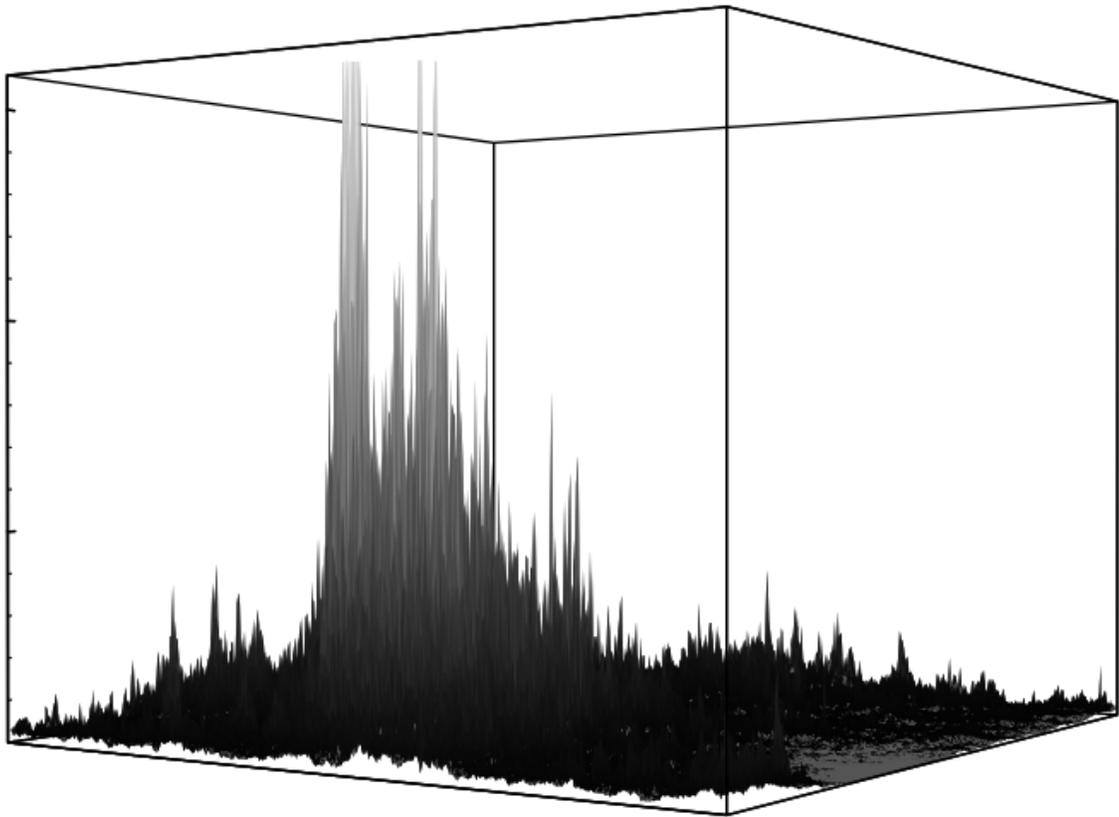
- 超伝導 (Superconductivity): Anderson, Bardeen, Cooper, Schrieffer, ...
  - 電気抵抗ゼロ
  - 完全反磁性としてのマイスナー効果
  - クーパーペアとBCS理論
  - ゲージ対称性の破れと 電子数不確定状態

1.



### 結晶格子に磁場を引加したときのフラクタルなエネルギー準位構造

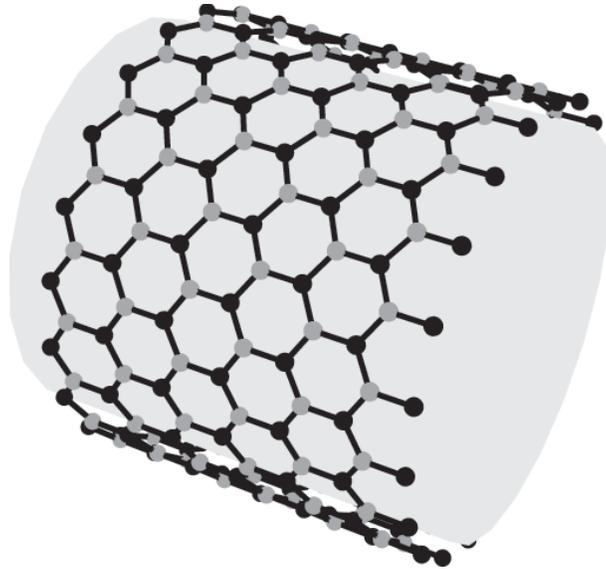
- 量子ホール効果 (Quantum Hall Effects) Klitzing, Laughlin,...
  - 極めて高いホール伝導度の量子化
  - トポロジカルな量子化
  - 分数電荷と分数統計
  - 対称性の破れの非存在と新しい秩序概念



ランダムネスにより波動性が部分的に失われて生じた  
マルチフラクタル的な定在波

- 金属-絶縁体転移 (Metal Insulator transition) Mott, Anderson, ...
  - 量子力学的波動としての金属、遮蔽効果
  - クーロン反発とモット転移
  - 多重散乱による定在波の生成と量子的局在
  - 絶縁体近傍の異常金属相と高温超伝導
- ボーズ凝縮 (Bose Einstein Condensates) Bose, Einstein, ...
  - フェルミ粒子とボーズ粒子
  - ボーズ凝縮、超伝導、量子ホール状態

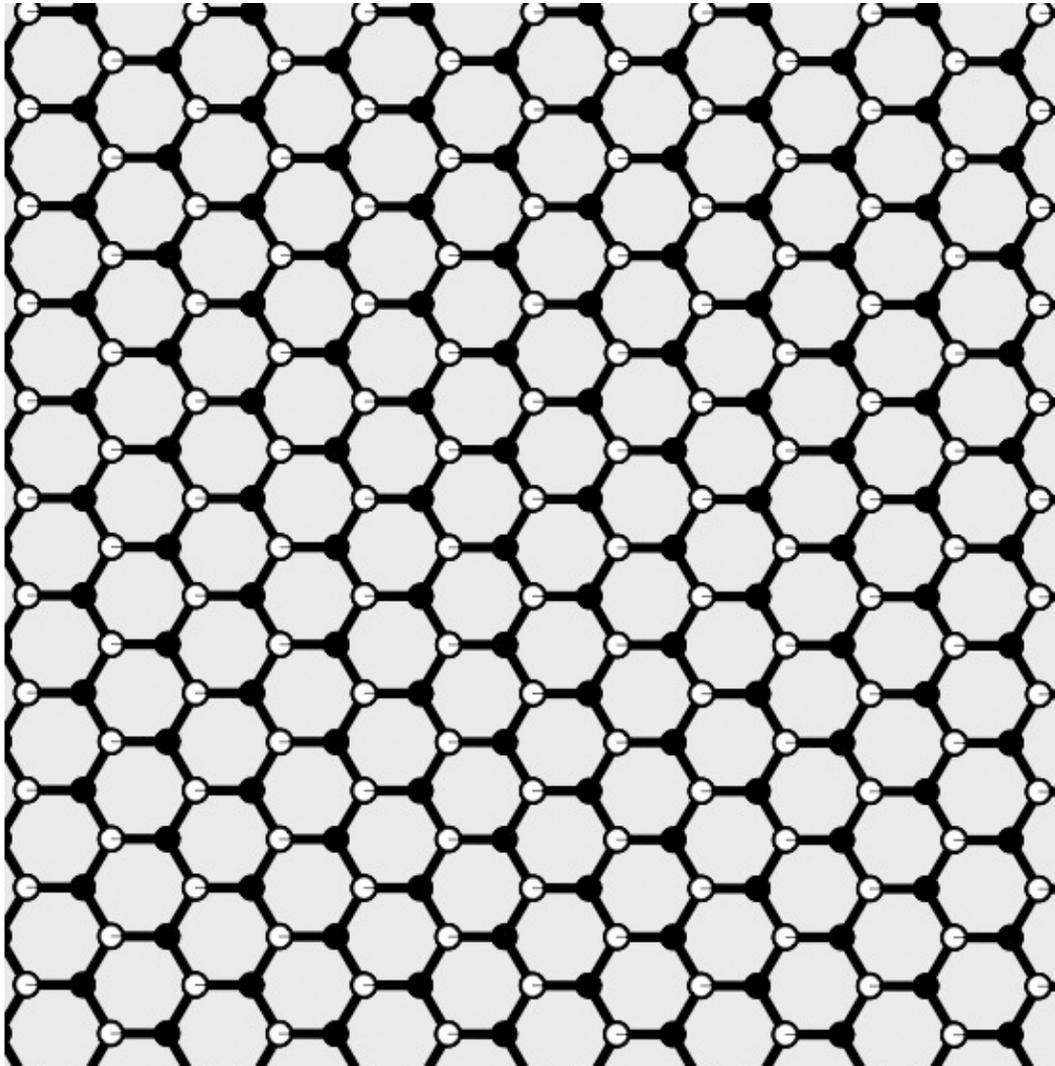
- **カーボンナノチューブとグラフェン** (Carbon Nanotubes and Graphene)
  - ナノ物質の生成: チューブ状物質、原子一層物質による 理想的 2 次元系の実現
  - ナノ物質における局在状態
  - ナノ物質における波動性と干渉効果、電子相関
  - ゼロギャップ半導体と凝縮系での実効的相対論的粒子としてのディラック電子の形成



Fullerene



カーボンナノチューブとフラーレン



グラフェン

## 2 付録

### 2.1 補足 1 : 物質の相の特定と対称性のやぶれ概念

世の中には極めてたくさんのもつつまり物質があり、それらはいろいろな形態をとっています。たとえば、水、炭酸ガス、シリコン、鉄などの物質が氷、水蒸気、ドライアイス、結晶、非結晶、磁石、等の形態をとっているわけです。これら物質の形態の違いをきちんと理解することが物性物理の基本であり、物質を用いた物質科学もこの作業なくしては近年のめざましい発展はあり得ないものでした。これら物質の形態は物理的には「相」として表現されます。水蒸気と氷は水という同じ物質ではあるがその「相」が異なるというわけです。物理学は現代科学ですから「相」に対する（原理的には必ずしも定量的であることは必要ではありませんが）科学的な記述法を必要とします。その科学的記述の作業対象が「秩序変数」と呼ばれるものです。「秩序変数」を観察、考察することにより物質の相を判定するわけです。水の密度、鉄の磁石としての強度（磁化）がこの秩序変数として使われています。たとえば、温度を変化させることで水の密度の変化を観察することが秩序変数の温度依存性を議論することとなります。ここである場所、ある時間での水の密度、鉄の磁化を議論することを局所的な秩序変数を考えるといえます。多くの場合物質の「相」を特定するためには、この局所的な秩序変数を考えることが重要です。（双対変換等、非局所的な理論的読み直しがこの局所的描像を使うために必要なことも時々あります。）

物理学、物性科学においては物質の「相」を特定することは物理系の対称性と密接な関係があります。現代の物理学においては対称性を用いて物質の相を区別するといった方が適切です。気体である水蒸気では水分子は全くランダムに運動していると考えられますので、ある水の分子の近くを見たとき隣の水分子は特定のどこかに存在しやすいことはありません。つまりすべての方向は同等、一様です。一方、固体の水を考えたときは、隣の水分子は全く無関係な位置にあるのではなくある秩序を持ってある方向に存在することは想像できると思います。つまり固体の水の相においては方向の一様性が失われていると考えられます。空間をある水分子の周りに回転させるという操作を考えたとき水蒸気はその操作で不変、つまり対称ですが、氷はその操作で不変でなく対称でないわけです。水蒸気を球にたとえれば、氷は角がある箱だということになります。同じ水という物質がその温度が変化することでその対称性を変えるわけです。水分子をたくさん集めたとき特定の方向が特別な意味を持つことはなく、どちらの方向も当然同等なはずで、その「同等性」が温度を変えるだけで、水分子のお互いの相互作用により外力等を必要とせず、自発的に失われ特定の方向に隣の分子が居やすいという特別な意味が生まれるのです。これが「対称性の自発的破れ」と呼ばれる現代物理学におけるもっとも基本的な概念の一つです。

より定量的な科学的議論においては、今の議論において、ある特定の水分子の周りでは次の分子がどのあたりに居るのかを考えたことが極めて重要です。つまり局所的な密度としての秩序変数を用いて異なる場所における秩序変数同士の関係、つまり相関により物質系の「相」を特定したわけです。ここに秩序変数として局所的なものを考えることの重要性が典型的に表れています。現在の物理学においては、極めて多くの場合にこのような局所的秩序変数による相転移理論が広く用いられています。物理的にはこれらの「相」が変化する際の「相転移」が重要かつ興味深い問題となります。「相転移」とは「相」が違うほど全く異なるもの同士が入れ替わるわけで、物質の応用、その機能性を考えたときにも、非常に大きな潜在的可能性を含む現象が「相転移」であるわけです。この相転移を対称性の破れの観点からみると、転移点の近傍では対称性の破れを規定する局所的な規則が必ずしも常に満足されないという形で現れてきます。水蒸気が液化するぎりぎりの温度ではある水分子の周りに他の水分子が完全にランダムにあるわけではないが、水や、氷の場合ほ

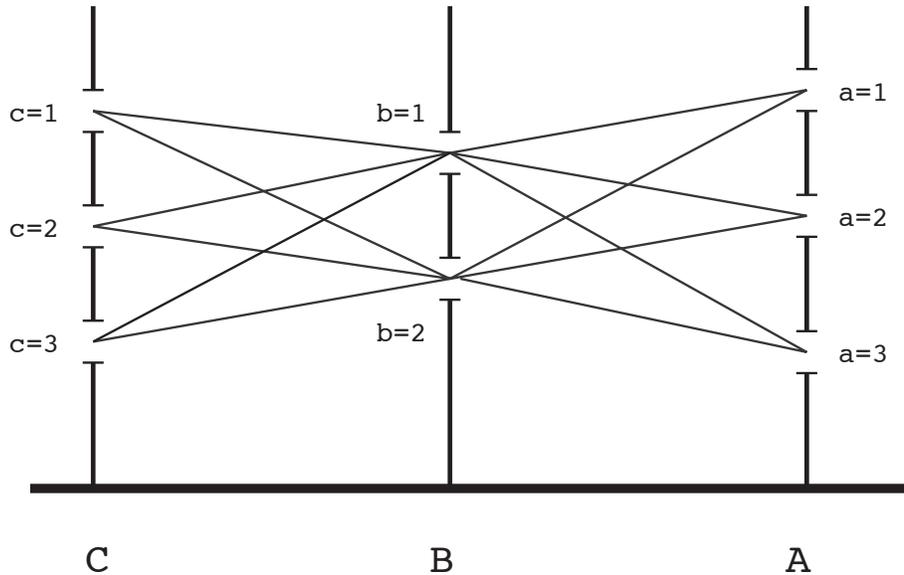
どはっきりした方向の異方性を持つわけではない、といったこととなるわけです。この状況は相転移の転移点（臨界点）近傍では秩序変数並びにその相関における局所的揺らぎが増大すると表現できます。ここでも秩序変数の局所性の重要さは見て取れると思います。

この局所的な秩序変数を用いた「相」の概念および「相転移理論」は現代物理学における概念的基礎の大きな部分となっています。

それではここで説明した局所変数による「相」の分類は十分なのでしょうか？実は近年の研究において量子系特に量子多体系においては必ずしも十分でないことがわかってきました。量子効果が重要なのです。これについては量子力学について学んだ後で議論を進める必要があります。

## 2.2 補足 2 : 量子論における確率と重ね合わせの原理

表題の量子論における確率について学ぶために最初に次のように測定器  $A, B, C$  を並べた系を考えてみましょう。



この系でまず測定  $A$  を行いその結果が  $a$  であり、その後測定  $B$  を行ってその結果が  $b$  となる確率を  $P_{ba}$  としましょう。また同様にまず測定  $B$  を行いその結果が  $b$  であり、その後測定  $C$  を行ってその結果が  $c$  となる確率を  $P_{cb}$  としてみましょう。

このとき測定  $A$  を行いその結果が  $a$  であり、その後測定  $B$  を行ってその結果が  $b$  となりさらにひきつづいて測定  $C$  を行いその結果が  $c$  となる確率を  $P_{cba}$  としたとき、 $a$  と  $b$  の間の事象と  $b$  と  $c$  の間の事象とが独立であれば  $P_{ba}, P_{cb}, P_{cba}$  のあいだには

$$P_{cba} = P_{cb}P_{ba}$$

の関係式が成立することは条件つき確率としてよく知られています。また測定  $A$  を行いその結果が  $a$  であり、その後測定  $C$  を行ってその結果が  $c$  となる確率を  $P_{ca}$  とすれば、事象の排他性より  $B$  の結果について場合分けして

$$\begin{aligned} P_{ca} &= \sum_b P_{cba} \\ &= \sum_b P_{cb}P_{ba} \quad (*C1) \end{aligned}$$

ということになります。振り返って考えてみるとこの事実 (\*C1) は自明なことではなく、あくまで経験則であることに注意しましょう。

実は、量子力学に従う系においては、この関係式 (\*C1) は「事象が確定する観測  $B$  を実際に実行する」との条件下でのみ成り立つと考えられています。

$$P_{ca}^{q,ms} = \sum_b P_{cb}P_{ba} \quad (*Q1)$$

ここでは量子力学に従う系の確率に対する基本的な仮定として以下の事実をみとめてみましょう。一般に観測  $X$  の値が  $x$  となり引き続いて行った観測  $Y$  の値が  $y$  となる確率  $P_{yx}^q$  に対してある複素数  $\varphi_{yx}$  (確率振幅) が存在し

確率振幅

$$P_{yx}^q = |\varphi_{yx}|^2$$

となる。さらに量子力学によれば 確率振幅の重ね合わせの原理 として次のものを仮定することとなります。

確率振幅の重ね合わせの原理

$$\varphi_{ca} = \sum_b \varphi_{cb} \varphi_{ba}$$

以上を認めれば

$$\begin{aligned} P_{ba}^q &= |\varphi_{ba}|^2, \quad P_{cb}^q = |\varphi_{cb}|^2 \\ P_{ca}^q &= |\varphi_{ca}|^2 = \left| \sum_b \varphi_{cb} \varphi_{ba} \right|^2 \\ &= \sum_b P_{cb}^q P_{ba}^q + 2\text{Re} \sum_{b < b'} \varphi_{cb}^* \varphi_{ba}^* \varphi_{cb'} \varphi_{b'a} \neq \sum_b P_{cb}^q P_{ba}^q \quad (*Q2) \end{aligned}$$

となります。この最後の項は確率振幅が何か波動的な性質を持ちその干渉効果が現れていると考えられます。この干渉が無視できる時にのみ古典的な確率法則が再現することになるのです。

もし「観測  $B$ 」を行えばこの観測により系の量子のコヒーレンスは完全に破壊されてしまい、干渉のない場合の古典的確率法則 ( $Cl$ ) に従う事象が観測されることとなります。

このように、実際に測定可能な実験結果を量子力学において解釈しようとするとき確率的な解釈は必須であり、理論 (議論) の根底をなすものとなります。さらにその確率は実験状況により ( $Q1$ ), ( $Q2$ ) といった古典的なものとは異なるものとなりそれ故、古典的な確率解釈とは一般に異なるものを与えるものとなります。これは (量子力学的コヒーレンスと波動関数の干渉) として理解されています。

少し込み入っているかもしれませんが、これを少し拡張すれば観測装置  $A, B, C, D, \dots, Z$  を設定し  $A$  が  $a$  を与えた後  $Z$  が  $z$  となる確率は他の測定装置を全く動作させない場合

$$P_{za}^q = \left| \sum_{b,c,d,\dots} \varphi_{zy} \varphi_{yx} \cdots \varphi_{dc} \varphi_{cb} \varphi_{ba} \right|^2$$

と与えられることになることも納得できるとおもいます。

この記述をさらに一般に拡張することを考えるとやや進んだ概念である経路積分の概念にいたることとなります。

ここで議論したように量子力学的粒子は粒子であると同時に波動としての性質を持つことができます。ここで説明したことは決して机上の空論ではなく実際の実験により確認された事実です。たとえばネオン原子の波動性は次のような実験により確認されています。

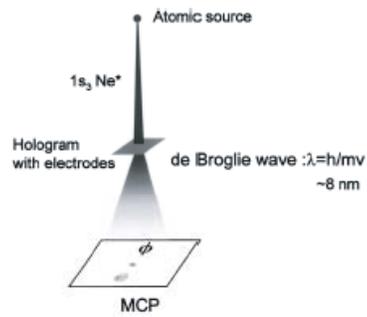


FIG. 1. Schematic diagram of experimental setup. The atomic source, the hologram, and the screen of microchannel plate (MCP) were placed vertically.

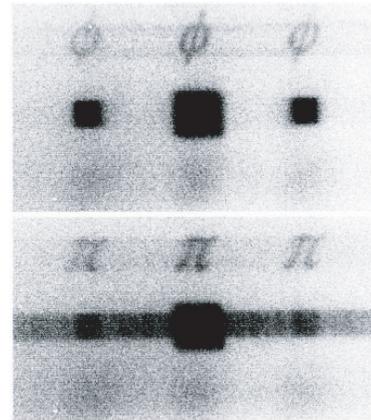


FIG. 5. Switching between atomic images “ $\phi$ ” and “ $\pi$ ” obtained by a hologram with a random electric field pattern. The upper figure is without an electric-field, and the lower figure is with a field that produces a  $\pi$  phase shift.

レーザー冷却された原子の量子力学的波動としての干渉効果（原子波ホログラフィー）

J. Fujita, S. Mitake, and F. Shimizu, Physical Review Letters, 84, 4027-4030 (2000)